

Die psychoakustischen Grundlagen von Tonverwandtschaft und Harmonie

Ernst Terhardt

München, Deutschland. Email: terhardt@ei.tum.de

Einleitung

Der vorliegende Beitrag beschäftigt sich mit den "vertikalen" Strukturen der Musik, das heißt, denjenigen, die mit Tonhöhe, Konsonanz und Harmonie zu tun haben. Es war Hermann von Helmholtz, der vor 150 Jahren die Forschung auf diesem Gebiet ein gewaltiges Stück voran gebracht hat. Sein Werk *Die Lehre von den Tonempfindungen als Grundlage für die Theorie der Musik* [1] wurde seit dessen Erscheinen als einzigartige wissenschaftliche Leistung anerkannt [3]. Die Bewunderung dieser Leistung und die Hochschätzung des Werkes halten zu Recht bis heute an.

Aber der Kernanspruch des Werkes, welcher darin besteht, die psychophysikalischen Grundlagen für die Theorie der Musik anzugeben, war schon zu Helmholtz' Zeit heftig umstritten, und dieser Anspruch hat letztlich keine bleibende Anerkennung gefunden. Die Ursachen für diesen Misserfolg sind nicht leicht zu erkennen, weil das Werk umfangreich und kompliziert ist. Eine Anzahl von Einwänden entstanden durch Missverständnisse. Aber es gibt berechtigte Einwände, die den Schluss rechtfertigen, dass es Helmholtz nicht gelungen ist, die Frage, die er seiner Arbeit zugrunde legte, befriedigend zu beantworten. Er hat diese Frage mit unübertrefflicher Prägnanz folgendermaßen formuliert.

Zwar bedient sich die Akustik überall der aus der Harmonielehre entnommenen Begriffe und Namen, sie spricht von der Tonleiter, den Intervallen, Konsonanzen usw. . . . aber es ist mir nicht bekannt, dass wirklich ein Fortschritt gemacht wäre in der Beantwortung der Frage: was haben die musikalischen Konsonanzen mit den Verhältnissen der ersten sechs ganzen Zahlen zu tun? ([1], 1-2)

Helmholtz baute seine Erklärung der psychoakustischen Grundlagen der Musik auf einer Beobachtung auf, die schon viele Jahrhunderte vor seiner Zeit mehr oder weniger gut bekannt war: Die Töne der Musik, allen voran die rufende oder singende menschliche Stimme, scheinen den Klang, der die Grundlage der tonalen Musik bildet, nämlich den Dur-Dreiklang, von Natur aus in sich zu tragen. So beschrieb beispielsweise im 18. Jahrhundert G. Tartini die Beobachtung, dass der Ton seiner Geige nicht nur eine Haupttonhöhe hervorrief, sondern "Obertöne" enthielt, deren Tonhöhen miteinander die Intervalle der Oktav, Duodezim, Doppeloktav, etc. bilden. Nachdem schließlich geklärt war, dass zu diesen Intervallen die Frequenzverhältnisse 1:2:3 usw. gehören, war ein Ansatzpunkt für die Beantwortung von Helmholtz' Frage gewonnen.

Helmholtz leitete aus der Hörbarkeit der harmonischen Obertöne seine Erklärung für das Empfinden für die *Tonverwandtschaft*, das heißt für die *Ähnlichkeit* musikalischer Töne ab. Dieses Empfinden machte er dafür verantwortlich, dass Menschen in früher Vorzeit begannen, bei der Intonation ihrer Rufe oder primitiven Gesänge die musikalischen Grundintervalle (Oktav, Quint, Quart) zu bevorzugen. Aus dieser Praxis mussten sich, parallel zur Entwicklung anspruchsvollerer Gesänge, zwangsläufig *Tonsysteme* entwickeln. Nach Helmholtz' Hypothese wurden die Tonsysteme zunächst in der einstimmigen Musik gewohnheitsmäßig benutzt. Erste Versuche, mehrstimmig zu musizieren, konnten nicht lange ausbleiben; diese Versuche mussten zwangsläufig zur Unterscheidung von konsonanten und dissonanten Klängen führen, das heißt, solchen, in denen *Störungen des Zusammenklangs* wahrgenommen wurden, und solchen, in denen das in geringerem Maß oder gar nicht der Fall war. Unter dem Einfluss des Konsonanzkriteriums, das durch die Störungen des Zusammenklanges definiert ist, entwickelten sich nach Helmholtz' Hypothese die Gesetzmäßigkeiten des mehrstimmigen Musizierens, die durch den Begriff *Harmonie* gekennzeichnet werden. Das harmonische Empfinden entstand nach Helmholtz' Hypothese langsam und machte sich seiner Meinung nach erst im Mittelalter bemerkbar. Die Harmonie hat nach Helmholtz' Hypothese keine eigene psychoakustische Grundlage, sondern sie entwickelte sich erst nach langer Zeit aus der Benutzung von Tonskalen in der frühen einstimmigen Musik.

Die Helmholtz'sche Lehre von den Grundlagen der Musik besteht also im wesentlichen aus einer psychoakustisch begründeten Erklärung der Tonverwandtschaft und einer *Hypothese* über die Entstehung der Harmonie. Im vorliegenden Beitrag wird gezeigt, dass seine Erklärung der Tonverwandtschaft deshalb nicht überzeugen konnte, weil sie mit der Existenz von Tonhöhen begründet wird, welche in der Hörempfindung des unvorbereiteten Hörers gar nicht in Erscheinung treten. Die Hypothese über die Entstehung der Harmonie erweist sich als fast ganz entbehrlich, weil der Hauptaspekt des harmonischen Empfindens, der Grundbass der Akkorde, tatsächlich eine eigene psychoakustische Grundlage hat. Sowohl die Erklärung der Tonverwandtschaft als auch diejenige der Harmonie ergeben sich aus der Psychoakustik der Tonhöhenwahrnehmung, und zwar aus der Tatsache, dass es *Virtuelle Tonhöhen* gibt. Auf diese Weise erweisen sich viele der gegen Helmholtz' Werk vorgebrachten Einwände als berechtigt, wenn auch aus Gründen,

von denen die meisten von seinen Kritikern gar nicht angeführt wurden.

Es bleibt Helmholtz' Verdienst, dass er der Erste war, der die Frage *Was haben die musikalischen Konsonanzen mit den ersten sechs ganzen Zahlen zu tun* mit wohl-durchdachten naturwissenschaftlichen Methoden untersuchte, anstatt sich Spekulationen und Zahlenspielereien hinzugeben, wie es bis dahin weitgehend üblich war. Im größeren Rahmen seiner sinnesphysiologischen Forschungen hat er psychophysikalische, methodische und erkenntnistheoretische Grundsätze entwickelt und angewendet, welche nach wie vor gültig und unentbehrlich sind, wenn man sich mit einem Thema wie demjenigen des vorliegenden Beitrags auseinandersetzt.

Definition der Tonverwandtschaft

Mit dem Begriff *Tonverwandtschaft* wird eine besondere Art von *Ähnlichkeit* musikalischer Töne bezeichnet. Diese besteht darin, dass bestimmte gehörte Qualitäten eines Tones oder einer Tonfolge erhalten bleiben, wenn Ton beziehungsweise Tonfolge um eine Oktav, eine Quint oder eine Quart in der Tonhöhe verschoben werden. Bei der Oktav geht diese Art von Ähnlichkeit bekanntlich so weit, dass die betreffenden Töne als einander äquivalent empfunden und mit dem gleichen Namen bezeichnet werden. Die durch die Bezeichnung Tonverwandtschaft charakterisierte Art von Ähnlichkeit musikalischer Töne existiert also neben und zusätzlich zu derjenigen Art von Ähnlichkeit, welche durch Merkmale der Klangfarbe zustandekommen kann. Die Existenz oder Abwesenheit der Tonverwandtschaft von Tönen verschiedener Tonhöhe wird unabhängig davon empfunden, ob die Töne von ein- und demselben Instrument hervorgebracht wurden oder nicht, das heißt, unabhängig von ihrer Klangfarbe.

Wenn ein Motiv eines Musikstückes vorgestellt und danach in irgend einer anderen Tonart wiederholt wird, so wirkt der Übergang von einer Tonart in die andere im allgemeinen recht auffällig. Wenn aber das wiederholte Motiv sich vom ursprünglichen nur dadurch unterscheidet, dass es um eine Oktav verschoben ist, dann wird dies als echte Wiederholung wahrgenommen, und die Musiklehre betrachtet diesen Vorgang nicht als einen Tonartenwechsel. Ähnlich verhält es sich, wenn die Wiederholung in der Dominant-Tonart geschieht, so dass das wiederholte Motiv gegenüber dem ursprünglichen um eine Quint nach oben verschoben ist. Diese Art von Tonartenwechsel wird vom Zuhörer oft gar nicht bemerkt; dies kann als Manifestation der Quint-Verwandtschaft angesehen werden.

Wenn auf zwei verschiedenen Musikinstrumenten nacheinander ein- und dieselbe Note gespielt wird, so fällt es leicht, nach Gehör festzustellen, dass die Noten übereinstimmen. Es fällt aber in der Regel schwer, mit Sicherheit zu beurteilen, ob die beiden Noten die gleiche Oktavlage haben, oder nicht. Die Tatsache, dass man Töne, deren Notenwerte sich um eine Oktav voneinander unterscheiden, leicht miteinander verwechseln kann, be-

weist unmittelbar die Ähnlichkeit jener Töne. Verwechselbarkeit von wahrgenommenen Objekten ist ein untrügliches Zeichen von deren Ähnlichkeit, das heißt, Verwandtschaft.

Demnach besagt das Phänomen Tonverwandtschaft letztlich, dass die Tonhöhe musikalischer Töne keine singuläre, "atomare" Hörempfindung sein kann, sondern dass die Tonhöhe mehrdeutig ist. Das Problem, die Tonverwandtschaft zu erklären, läuft demnach darauf hinaus, zu erklären, wie die Mehrdeutigkeit der Tonhöhe zustande kommt.

Definition der Harmonie

Ebenso wie der Begriff Konsonanz ist der Begriff Harmonie mit so vielen unterschiedlichen Bedeutungen und Assoziationen behaftet, dass er einer wissenschaftlichen Untersuchung nur nach rigoroser Definition, das heißt, mit deutlich eingeschränkter Bedeutung, zugänglich sein kann. Aus diesem Grund hat Helmholtz beispielsweise den Begriff Konsonanz als *Abwesenheit von Störungen des Zusammenklanges* definiert, und er hat als die wesentliche derartige Störung die Schwebungen von Partialtönen benannt. Demnach ist Konsonanz in der Helmholtzschen Definition des Begriffs *nicht* gleichbedeutend mit Harmonie – im Gegensatz zum sonst vorherrschenden Sprachgebrauch.

Was Helmholtz mit dem Begriff Harmonie benannt hat, und was auch im vorliegenden Beitrag darunter verstanden wird, ist die Empfindung dafür, dass ein einzelner Akkord oder auch eine kurze melodische Phrase eine Art Hintergrund mit sich führen kann, welcher für die musikalische "Stimmigkeit" des Akkords beziehungsweise der melodischen Phrase verantwortlich ist. Diese Art von Hintergrund – der *harmonische Hintergrund* –, tritt am ausgeprägtesten beim Dur-Dreiklang auf sowie bei einer melodischen Phrase, die mehr oder weniger eindeutig als zeitlich aufgelöster Dur-Dreiklang gehört wird.

Wenn in der Musiklehre von *Harmonisierung* einer Melodie die Rede ist, so ist damit die Begleitung der Melodie durch eine Folge von Akkorden beziehungsweise Basstönen gemeint, und man setzt voraus, dass diese Begleitung vom Gehör als stimmig empfunden wird. Sie kann auch unstimmig, das heißt, "falsch" beziehungsweise inkompatibel sein; wenn dies ist der Fall ist, unterscheidet sich der harmonische Hintergrund der melodischen Phrase offenbar von demjenigen des begleitenden Akkords beziehungsweise Basstons.

Nahezu jeder Mensch mit normalem Gehör kann diese Art von Unstimmigkeit einer Musikdarbietung ohne weiteres hören, auch wenn er weder musikalisches Talent noch Ausbildung hat. Daraus geht hervor, dass das Empfinden für den harmonischen Hintergrund eine vergleichsweise elementare Eigenschaft des Gehörs ist. Dies wiederum weist darauf hin, dass es eine psychoakustische Grundlage dafür tatsächlich geben sollte.

Mit dem Begriff Harmonie wird also das Empfinden für

den harmonischen Hintergrund bezeichnet. Man kann den Begriff aber noch weiter präzisieren, wie folgt.

Aus der Tatsache, dass schon ein einziger Basston genügt, um eine kurze melodische Phrase zu "harmonisieren", folgt, dass der Basston alleine schon einen harmonischen Hintergrund besitzt. Ein Basston genügt, um einen bestimmten harmonischen Hintergrund für eine melodische Phrase zu *erzeugen*, der mit dem harmonischen Hintergrund der Phrase übereinstimmen kann, oder auch nicht.

Umgekehrt können ein Akkord beziehungsweise eine kurze melodische Phrase, die einen harmonischen Hintergrund besitzen, die mehr oder weniger bestimmte Empfindung eines dazugehörigen *Grundbasses* induzieren, nämlich desjenigen, welcher den gleichen harmonischen Hintergrund hat. Der Komponist und Musiktheoretiker Rameau [5] hat gesagt, das Gehör "denke" sich zu einer melodischen Phrase beziehungsweise zu einem Akkord den Grundbass (*Basse Fondamentale*) hinzu.

Diese Aspekte der Harmonie haben spätestens im Barock in Theorie und Praxis der Musik Eingang gefunden, nämlich in der verkürzten Notierung der zu einer Melodie gehörenden Begleitung durch Angabe der dazu gehörenden Grundbass-Noten; diesen werden zur Kennzeichnung des Unterschieds von Dur und Moll usw. meist noch Ziffern hinzugefügt (Generalbassschrift; Begleitnotation von Liedern). In den Variationen eines musikalischen Themas und noch mehr in der improvisierten Musik (z.B. im Jazz) ist der gesamte harmonische Hintergrund vorgegeben – sei es implizit oder durch eine notierte Folge von Grundbässen – und es werden während des Spiels Melodien erfunden, die damit kompatibel sind.

Aus all dem ergibt sich, dass man das Empfinden für den harmonischen Hintergrund, auch *harmonisches Empfinden* und kurz *Harmonie* genannt, auf das Empfinden für eine oder mehrere bestimmte Grundbass-Noten zurückführen kann, welche zu einem gegebenen Akkord beziehungsweise einer kurzen melodischen Phrase gehören. Der derart "hinzugedachte" Grundbass braucht bei der Aufführung von Musik nicht wirklich gespielt zu werden, obwohl dies auch geschehen kann. In diesem Sinne ist der Grundbass ein abstraktes Konzept und ist vom real gespielten Basston zu unterscheiden. Der auch als *Wurzel (Root)* und *Tonales Zentrum* (Hindemith [2]) bezeichnete Grundbass wird damit zum entscheidenden Merkmal der Harmonie und ist mit ihr weitgehend gleichbedeutend.

Das Problem, die psychoakustische Grundlage der Harmonie zu finden, ist damit im wesentlichen auf das Problem, die Erklärung des Empfindens für den Akkord-Grundbass zu finden, zurückgeführt.

Definition der Tonhöhe

Tonhöhen sind Hörempfindungen, also subjektive Objekte – Gegenstände der Hörwahrnehmung [9, 11]. Es gibt kaum irgend eine Art von Schall, die überhaupt keine Tonhöhenempfindung hervorruft. Die sogenannten Kom-

plexen Töne – das sind alle nicht-sinusförmigen Tonsignale – rufen in der Regel mehrere Tonhöhen zugleich hervor. Die Tonhöhe ist eine *multiple* Hörempfindung. Die Mehrfachheit der Tonhöhe ist die Ursache dafür, dass Tonhöhen im allgemeinen *mehrdeutig* sind. Wie schon angedeutet, ist es die Mehrdeutigkeit der Tonhöhe, aus welcher sich zwangsläufig die Tonverwandtschaft ergibt.

Nur beim Sinuston ist die Tonhöhenempfindung auf eine einzige Tonhöhe beschränkt, so dass dieselbe durch die Tonfrequenz gekennzeichnet werden kann. Diese Tatsache ermöglicht eine zweckmäßige operationale Definition der Tonhöhe beliebiger Schallsignale. Diese lautet: Tonhöhe ist dasjenige Hörattribut eines Schalles, welches man hinsichtlich eines Aspekts, den man ebenfalls Tonhöhe nennt, mit einem nachfolgend gehörten Sinuston in Übereinstimmung bringen kann. Nach dieser Definition kann man durch einen Hörversuch, in dem der zu untersuchende Schall und ein Sinuston im Wechsel wiederholt dargeboten werden, jede einzelne der wahrgenommenen Tonhöhen des untersuchten Schalles durch die Frequenz des gleich hoch empfundenen Sinustons beschreiben. Gelingt dieser Versuch nicht, dann ist zumindest fraglich, ob der Testschall überhaupt irgend eine Tonhöhe hervorruft.

Die Töne der Musik

Die abendländische Musik und der größte Teil der übrigen Musikformen machen von Tonskalen Gebrauch; diese stellen einen endlichen Vorrat von Tönen bereit. Die Töne einer Skala werden im allgemeinen durch Namen beziehungsweise Notensymbole bezeichnet. Jedem Ton der Skala wird eine bestimmte musikalische Tonhöhe zugeschrieben; diese ist es, worauf sich im wesentlichen das zugehörige Symbol bezieht.

Physikalisch kann man die in diesem Sinne definierten Töne der Musik in drei Klassen einteilen, nämlich a) Harmonische Komplexe Töne; b) Angenähert Harmonische Komplexe Töne; und c) Geringharmonische Komplexe Töne [9].

Der *Harmonische Komplexe Ton* ist ein *periodisches* Schallsignal. Periodizität des Schallsignals ist gleichbedeutend mit Harmonizität seines Fourier-Spektrums. Der Kehrwert der Periodendauer wird als *Oszillationsfrequenz* (auch: Schwingungszahl) bezeichnet. Das Fourier-Spektrum des Harmonischen Komplexen Tons besteht aus einer Anzahl von *Harmonischen*, deren erste auch als *Grundton* bezeichnet wird; die Frequenz des Grundtons ist beim Harmonischen Komplexen Ton gleich der Oszillationsfrequenz.

Alle Musikinstrumente, bei denen die Tonerzeugung auf der Anregung einer Dauerschwingung beruht, erzeugen in guter Näherung Harmonische Komplexe Töne. Dazu gehören die Streich- und Blasinstrumente, die Orgeln und Flöten sowie die Singstimme. Als Beispiel sind in Abb. 1 Zeitfunktion und Fourierspektrum des stationären Vokals [a:] dargestellt.

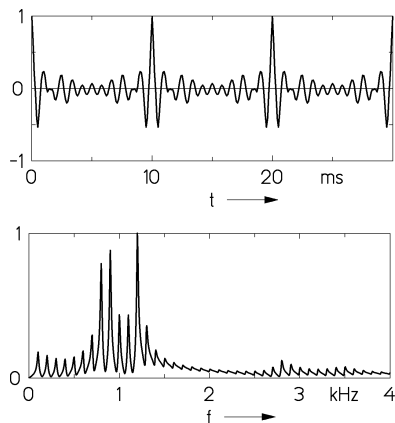


Abbildung 1: Beispiel eines ungefähr auf der Note G_2 gesungenen Harmonischen Komplexen Tons. Zeitfunktion (oben) und Fourier-Spektrum (unten) des stationären Vokals [a:]. Ordinate: Amplitude, auf Maximalwert normiert (linear). Periodendauer 10 ms (Oszillationsfrequenz 100 Hz).

Der *Angenähert Harmonische Komplexe Ton* ist dadurch charakterisiert, dass die Frequenzen der Teiltöne seines Fourier-Spektrums geringfügig, aber signifikant von ganzzahligen Vielfachen der Grundtonfrequenz (der Frequenz des tiefsten Teiltöns) abweichen. Daher weicht auch die Oszillationsfrequenz von der Grundtonfrequenz ab, und zwar sehr erheblich. Alle Musikinstrumente, bei denen die Tonerzeugung auf dem Anschlagen oder Anzupfen von Saiten beruht, erzeugen Töne dieses Typs.

Der *Geringharmonische Komplexe Ton* ist dadurch charakterisiert, dass die Frequenzen der Teiltöne seines Fourier-Spektrums *erheblich* von ganzzahligen Vielfachen der Grundfrequenz (der Frequenz des tiefsten Teiltöns) abweichen, so dass eine Teiltonreihe vorliegt, die nur entfernte Ähnlichkeit mit derjenigen eines Harmonischen Komplexen Tones oder eines Angenähert Harmonischen Komplexen Tones hat. Zu dieser Klasse gehören die Töne aller Musikinstrumente, bei denen die Tonerzeugung auf dem Anschlagen von Stäben, Röhren beziehungsweise Glocken beruht. Auch für den Geringharmonischen Komplexen Ton lässt sich zwar formal eine Periodendauer angeben; diese steht aber in keiner systematischen Beziehung zur wahrgenommenen Haupttonhöhe.

Man braucht nur einmal das Geläut von Kirchenglocken oder ein Glockenspiel gehört zu haben, um zu erkennen, dass die Tonhöhe in der Tat eine multiple, mehrdeutige Hörempfindung ist. Die Zuordnung je einer bestimmten Tonhöhe zu je einem bestimmten Ton der Skala steht bei dieser Art von Tönen auf höchst unsicherem Boden.

Dies ist zweifellos der Grund dafür, dass in der westlichen Kunstmusik fast ausschließlich Musikinstrumente benutzt werden, welche Töne der Klassen a) und b) erzeugen, also Harmonische Komplexe Töne (Streich- und Blasinstrumente, Orgeln, Singstimme) und Angenähert Harmonische Komplexe Töne (Klavier, Cembalo, Gitarre etc.). Obwohl bei Tönen des Typs b) eine große Diskrepanz besteht zwischen der physikalischen Perioden-

dauer und der Haupttonhöhe, sind diese Töne denen des Typs a) nahezu gleichwertig. Dies ist ein Hinweis darauf, dass das Gehör die Tonhöhenempfindungen nicht aus der Tonsignal-Periode an sich, sondern aus dem Fourier-Spektrum bildet. Hinsichtlich ihrer Fourier-Spektren unterscheiden sich die Töne der Klassen a) und b) *per definitionem* nur geringfügig.

Als die musikalisch hochwertigsten Töne gelten die der Klasse a). Die daraus sich ergebende Dominanz der Harmonischen Komplexen Töne in der Kunstmusik hat zur Folge, dass die meisten Gesetze der Musiktheorie, vor allem der Harmonielehre und des Generalbasses, implizit Töne des Typs a) voraussetzen und streng genommen nur dafür gelten. Daher ist es erforderlich, die Untersuchung der psychoakustischen Grundlagen von Tonverwandtschaft und Harmonie für musikalische Töne des Typs a) durchzuführen. So spielen im Folgenden die Harmonischen Komplexen Töne die Hauptrolle.

Oszillationsfrequenz und Tongestalt des Harmonischen Komplexen Tones

Dem ersten Anschein nach ist der Zusammenhang zwischen Periodendauer beziehungsweise Oszillationsfrequenz (Schwingungszahl) einerseits und Tonhöhe andererseits bei Harmonischen Komplexen Tönen so einfach und eindeutig, dass man die Schwingungszahl fast als ein Synonym für die Tonhöhe zu betrachten pflegt.

Beim Harmonischen Komplexen Ton entspricht dem musikalischen Notenwert eindeutig eine bestimmte Oszillationsfrequenz, und umgekehrt. Der Harmonische Komplexe Ton hat in der Regel eine besonders ausgeprägte musikalische Tonhöhe, welche der Oszillationsfrequenz entspricht; diese wird im vorliegenden Beitrag die *Haupttonhöhe* genannt.

Aber der Zusammenhang zwischen Notenwert beziehungsweise Oszillationsfrequenz einerseits und Tonhöhe andererseits ist nicht eindeutig, denn die Tonhöhe auch des Harmonischen Komplexen Tones ist eine multiple und daher mehrdeutige Hörempfindung – ein Tonhöhenmuster, eine *Tongestalt*. Ebenso wie die Tongestalt *jeder* Art von Komplexem Ton besteht auch diejenige des Harmonischen Komplexen Tons aus zwei Arten von Tonhöhen, und zwar aus *Spektraltonhöhen* und *Virtuellen Tonhöhen* [7, 9].

Tongestalt und Tonverwandtschaft nach Helmholtz

Die Existenz der Spektraltonhöhen der Tongestalt Harmonischer Komplexer Töne war wahrscheinlich schon den alten Ägyptern und Griechen bekannt, nämlich von den Tonsignalen der Singstimme, angeblasener Hörner und Flöten sowie der Saitenschwingungen. Im 18. Jahrhundert berichtete G. Tartini über die Hörbarkeit von "Obertönen" der Geigentöne. Schließlich haben G.S. Ohm [4] und vor allem Helmholtz [1] die Existenz der Spektraltonhöhen endgültig nachgewiesen.

Spektraltonhöhen sind ausnahmslos Tonhöhen von Sinustönen. Bei Komplexen Tönen entsprechen sie den Frequenzen von Fourier-Komponenten (Teiltönen, Obertönen, Harmonischen). Helmholtz hat zwar nicht ausdrücklich von Tonhöhenmustern oder Tongestalten gesprochen, aber seine Vorstellung von der Hörempfindung, die ein Harmonischer Komplexer Ton hervorruft, war zweifellos diejenige einer Tongestalt der Art, die in Abb. 2 schematisch dargestellt ist. Danach besteht die Tongestalt aus der Haupttonhöhe sowie einer Anzahl von Spektraltonhöhen, welche den Frequenzen der zweiten, dritten, usw. Harmonischen entsprechen.

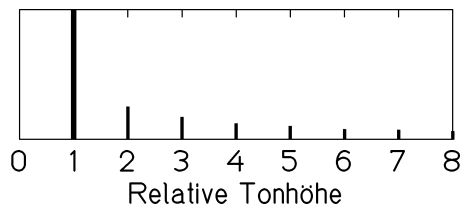


Abbildung 2: Schema der Tongestalt eines Harmonischen Komplexen Tones, welche sich aus den Untersuchungen von Helmholtz ergibt. Die Länge der vertikalen Balken symbolisiert die relative Prominenz der einzelnen Tonhöhen (willkürlicher Maßstab). Dicker Balken: Haupttonhöhe

Die Erklärung des Zustandekommens der ausgeprägten Haupttonhöhe war zur Zeit Helmholtz' umstritten, und das Problem sollte mehr als 100 Jahre lang ungelöst bleiben. Helmholtz war sich darüber klar, dass die Haupttonhöhe musikalischer Töne hoher Oszillationsfrequenz, das heißt, in Sopran- oder Diskant-Lage, ohne weiteres durch die Spektraltonhöhe des Grundtones erklärt werden kann. Aber für Töne der mittleren und tiefen Lage lag die Erklärung der Haupttonhöhe keineswegs auf der Hand.

Seebeck hatte 1841 nachgewiesen, dass die Haupttonhöhe auch existiert, wenn die erste Harmonische (der Grundton) des Fourier-Spektrums nur eine geringe Amplitude hat, so dass ihre Spektraltonhöhe unhörbar bleibt [6]; Seebeck hatte damit eine Art von Tonhöhe beobachtet und beschrieben, die man heute *Virtuelle Tonhöhe* nennt. Helmholtz hat sich durch eigene Versuche mit einer Sirene ([1], 292) und Berechnungen von Saitenschwingungen ([1], 196) davon überzeugt, dass Seebeck zumindest in Bezug auf die musikalischen Töne des mittleren und tieferen Bereichs der Tonskala recht hatte.

Angesichts dieser Beobachtungen konnte Helmholtz die Haupttonhöhe nicht generell als prominente Spektraltonhöhe (nämlich als diejenige des Grundtons) erklären, und er hat dies auch nicht versucht. Helmholtz hat zwar den Erklärungsversuch Seebecks (Periodenanalyse im Zeitbereich) nicht akzeptiert, aber er sah sich auch nicht in der Lage, eine eigene Theorie der Tonhöhe anzugeben. Offenbar erschienen ihm die Beobachtungen der Virtuellen Tonhöhe zu unsicher oder zu unverständlich, als dass er in seine *Lehre von den Tonempfindungen* eine Erklärung hätte aufnehmen können.

Was die außer der Haupttonhöhe vorhandenen Spektraltonhöhen der Tongestalt betrifft, so sind diese so schwach ausgeprägt, dass ihre Existenz dem nicht darauf vorbereiteten Hörer in der Regel völlig entgeht. Wie Helmholtz dargelegt hat, können sie aber durch Übung und durch Lenkung der Aufmerksamkeit zur bewussten Wahrnehmung gebracht werden.

Dieser Sachverhalt lässt sich gut am Beispiel des Spiels auf der Maultrommel und des sogenannten Oberton-singens demonstrieren. Dabei übernehmen die Spektraltonhöhen eines Harmonischen Komplexen Tones mit fester Oszillationsfrequenz in sehr tiefer Basslage die Hauptrolle, indem durch selektive und abrupte Amplitudenmodulation der Harmonischen die Aufmerksamkeit des Gehörs auf sie gelenkt wird.

Trotz der Unklarheit über das Zustandekommen der Haupttonhöhe hat Helmholtz seine Erklärung der Tonverwandtschaft auf die in Abb. 2 illustrierte Tongestalt gestützt. Dabei berief er sich darauf, dass immer dann, wenn die Oszillationsfrequenzen zweier aufeinanderfolgender Harmonischer Komplexer Töne zueinander in einem der Zahlenverhältnisse 1:2, 2:1, 2:3, 3:2, usw. stehen, ein Teil der Tonhöhen, welche in der Tongestalt des einen Tones enthalten sind, mit einem Teil der Tonhöhen der anderen Tongestalt übereinstimmt.

Aber diese Erklärung weist den schwerwiegenden Mangel auf, dass die derart erklärte Ähnlichkeit der Tongestalten entscheidend von den Spektraltonhöhen abhängt, während diese so schwach ausgeprägt sind, dass sie in der Hörempfindung des unvorbereiteten Hörers gar nicht in Erscheinung treten. Daher leuchtet es keineswegs ein, weshalb beispielsweise die Oktavverwandtschaft sich so drastisch bemerkbar machen sollte, wie es tatsächlich der Fall ist, nämlich derart, dass man zwei musikalische Töne verschiedener Klangfarbe, deren Oszillationsfrequenzen im Verhältnis 2:1 oder 1:2 stehen, leicht miteinander verwechselt.

Trotz dieses Mangels zeigt die Helmholtz'sche Erklärung der Tonverwandtschaft aber den Weg auf, der zu einer befriedigenden Lösung des Problems führt. Der Schlüssel zur Erklärung der Tonverwandtschaft liegt tatsächlich in der Tongestalt des Harmonischen Komplexen Tons. Der Mangel der Helmholtz'schen Erklärung ergibt sich daraus, dass die zugrundegelegte Tongestalt unvollständig ist. Diese enthält in Wirklichkeit eine ganze Anzahl weiterer Tonhöhen, nämlich Virtuelle Tonhöhen, die weit ausgeprägter sind als die Spektraltonhöhen.

Die vollständige Tongestalt des Harmonischen Komplexen Tons

Die wirkliche Tongestalt des Harmonischen Komplexen Tons lässt sich auf direktem Wege bestimmen, und zwar durch die Art von Hörversuch, welche durch die eingangs erläuterte operationale Definition der Tonhöhe nahegelegt wird. Dazu bietet man einer Versuchsperson einen Harmonischen Komplexen Ton mit kurzer Dauer von beispielsweise 0,2 s dar und danach einen Sinuston, dessen

Frequenz die Versuchsperson einstellen kann. Wiederholt man die abwechselnde Darbietung von Komplexem Ton und Sinuston oft genug, so kann die Versuchsperson sich nacheinander auf die einzelnen Tonhöhen der Tongestalt konzentrieren und den Sinuston auf gleiche Höhe einstellen. Die so ermittelten Sinuston-Frequenzen bilden die Tongestalt des Harmonischen Komplexen Tons ab.

Abb. 3 zeigt zwei Ergebnisse des Versuchs, und zwar für Harmonische Komplexe Töne mit den Oszillationsfrequenzen 450 Hz und 900 Hz [8]. Dargestellt ist die über ein festes kleines Frequenzintervall summierte Häufigkeitsverteilung der eingestellten Sinuston-Frequenzen, als Funktion der Frequenzlage des Intervalls.

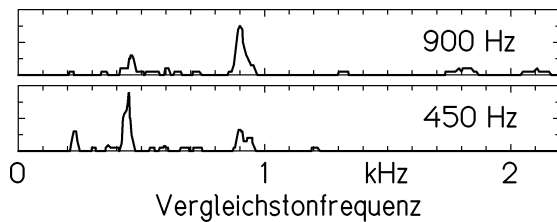


Abbildung 3: Tonhöhenhistogramme Harmonischer Komplexer Töne mit den Oszillationsfrequenzen 450 Hz (unten) bzw. 900 Hz (oben). Im Hörvergleich wurde ein Sinuston nacheinander auf jede im vorausgegangenen komplexen Ton gehörte Tonhöhe eingestellt. Abszisse ist die Vergleichstonfrequenz. Die Histogramme wurden durch Mittelung zahlreicher derartiger Einstellungen durch 8 Versuchspersonen gewonnen. Die Ordinate gibt die relative Häufigkeit der auf jede Vergleichstonfrequenz entfallenden Einstellungen an (willkürlicher Maßstab). Nach [8]

Die Gipfel der Verteilungen geben die am häufigsten eingestellten Werte der verschiedenen Tonhöhen an. Die Verteilungen weisen gewisse Unregelmäßigkeiten und Unvollständigkeiten auf, welche darauf zurückzuführen sind, dass die Anzahl der durchgeführten Tonhöhenvergleiche zu gering war, um einen hohen Grad statistischer Sicherheit zu ermöglichen und sämtliche vorhandenen Tonhöhen zu erfassen.

Trotzdem kann man die wesentlichen Merkmale der wirklichen Tongestalt von den Histogrammen ablesen. Vor allem zeigt sich, dass die wirkliche Tongestalt sich erheblich von derjenigen unterscheidet, welche Helmholtz seiner Erklärung der Tonverwandtschaft zugrunde gelegt hat. (Beim Vergleich von Abb. 2 mit Abb. 3 ist zu beachten, dass die relative Tonhöhe 1 in Abb. 2 der Oszillationsfrequenz in Abb. 3 entspricht.)

Die wirkliche Tongestalt enthält außer der Haupttonhöhe zwar ebenfalls eine Anzahl Spektraltonhöhen; dazu kommen aber etliche ausgeprägten Tonhöhen, von denen die meisten unterhalb der Haupttonhöhe liegen, und zwar in Intervallen, welche den verwandten Intervallen der Musik entsprechen (1 Oktave, 2 Oktaven, Quint, Quart). Weil der Harmonische Komplexe Ton unterhalb der Oszillationsfrequenz keine Fourier-Komponenten aufweist, können die in diesem Bereich liegenden Tonhöhen keine Spektraltonhöhen sein; es handelt sich mit Sicherheit

um *Virtuelle Tonhöhen*. Weil die Spektraltonhöhen nur schwach ausgeprägt sind, ist es nicht überraschend, dass im Hörversuch nur wenige von ihnen überhaupt erfasst wurden.

Bei musikalischen Tönen hoher Oszillationsfrequenz ist aus physikalischen Gründen in der Regel der Grundton der stärkste Teilton, während die Virtuelle Tonhöhe weniger ausgeprägt ist. Dies ist der Grund dafür, dass in hoher Tonlage im allgemeinen die Haupttonhöhe, welche in Abb. 3 durch den höchsten Gipfel angezeigt wird, durch die Spektraltonhöhe des Grundtons bestimmt ist. Bei Tönen in mittlerer und tiefer Lage dominiert dagegen im allgemeinen die zur Oszillationsfrequenz gehörende Virtuelle Tonhöhe.

Die Histogramme Abb. 3 können als unmittelbare *experimentelle Bestätigung* der Tonverwandtschaft interpretiert werden, denn jede der Tongestalten für sich genommen weist ausgeprägte Mehrfachtonhöhen auf, welche miteinander die Intervalle der Oktav, Quint und Quart bilden. Die Tatsache, dass die Versuchspersonen im Hörversuch mehrere Tonhöhen des Harmonischen Komplexen Tons wahrgenommen haben, kann man ja auch als eine Reihe von "irrtümlichen" Verwechslungen der Haupttonhöhe mit anderen Tonhöhen interpretieren. Das Auftreten von Verwechslungen ist aber ein untrügliches Zeichen für Ähnlichkeit, das heißt, Verwandtschaft.

Die derart gewonnene experimentelle Verifikation der Tonverwandtschaft ist aber noch keine *Erklärung* der Tonverwandtschaft. Die Erklärung liegt in der psychoakustischen Begründung der vollständigen Tongestalt, das heißt, in der Erklärung der charakteristischen Art von Mehrdeutigkeit der Tonhöhe des Harmonischen Komplexen Tones.

Die Erklärung der Tonverwandtschaft

Die Erklärung der Tongestalt des Harmonischen Komplexen Tones wird durch die 1970 vom Autor ausgearbeitete Theorie der Virtuellen Tonhöhe [7, 9] gegeben. Nach dieser Theorie geht die Virtuelle Tonhöhe aus dem Fourier-Spektrum hervor. Dazu wird von den Frequenzen der Fourier-Komponenten (der Teiltöne) auf die Oszillationsfrequenzen von Harmonischen Komplexen Tönen geschlossen. Weil nicht von vorn herein bekannt sein kann, welche Ordnungszahl irgend einer der durch Fourier-Analyse gefundenen Teiltöne hat, werden alle Ordnungszahlen von $n = 1$ bis ungefähr $n = 12$ in Betracht gezogen. So gehen aus jeder einzelnen Teiltonfrequenz bis zu 12 potentiell mögliche Oszillationsfrequenzen hervor, welche *subharmonisch* zur Teiltonfrequenz sind. Stimmen Subharmonische, welche auf diese Weise von verschiedenen Teiltönen abstammen, miteinander hinreichend genau überein, so wird dies als Zeichen dafür gewertet, dass die beiden Teiltöne zu ein- und demselben Harmonischen Komplexen Ton gehören, und diesem kann die betreffende subharmonische Oszillationsfrequenz zugeordnet werden.

Aus diesem Prinzip geht die Theorie der Virtuellen Tonhöhe im wesentlichen dadurch hervor, dass die Teiltonfrequenzen durch die entsprechenden Spektraltonhöhen ersetzt werden, während die potentiellen subharmonischen Oszillationsfrequenzen als Virtuelle Tonhöhen aufgefasst werden.

Auf diese Weise wird den Spektraltonhöhen eine Schlüsselrolle bei der Tonhöhenwahrnehmung zugeschrieben, nämlich als die auditiven Primärmerkmale, aus denen Virtuelle Tonhöhen entstehen. Der psychophysikalische Zusammenhang zwischen Spektraltonhöhen und Virtuellen Tonhöhen kann als analog dem Zusammenhang zwischen primären Konturen und virtuellen Konturen beim Sehen betrachtet werden. Diese Analogie wird durch das in Abb. 4 dargestellte Beispiel illustriert.

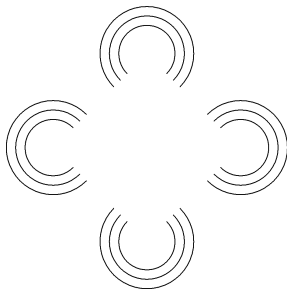


Abbildung 4: Beispiel für die Induktion virtueller Konturen durch primäre Konturen

Die Entstehung der Virtuellen Tonhöhen eines einzelnen Harmonischen Komplexen Tons aus seinem Teiltonspektrum ist in Abb. 5 schematisch illustriert.

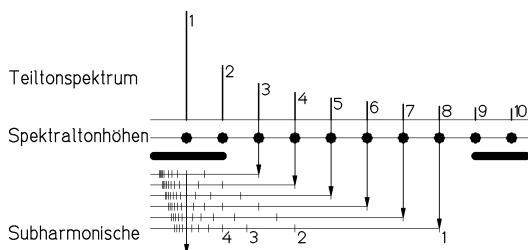


Abbildung 5: Schema der Bildung der Virtuellen Tonhöhe des Harmonischen Komplexen Tones durch Koinzidenzdetektion von Subharmonischen der Spektraltonhöhen. Jede Subharmonische entspricht einer Virtuellen Tonhöhe. Durch Koinzidenz nimmt die Ausprägtheit zu (Pfeil). Nach [9]

Für die Erklärung der Tonverwandtschaft ist wesentlich, dass auf diese Weise in der Tat die Tongestalt des Harmonischen Komplexen Tons entsteht, deren grundsätzliche Form aus Abb. 3 hervorgeht. Abb. 6 zeigt als Beispiel die berechneten Tongestalten der musikalischen Töne A_3 und A_4 , also der Harmonischen Komplexen Töne mit den Oszillationsfrequenzen 220 Hz und 440 Hz.

Die beiden Tongestalten, je für sich genommen, weisen weitgehende Ähnlichkeit mit denen auf, die man von den Histogrammen Abb. 3 ablesen kann. Damit kann das

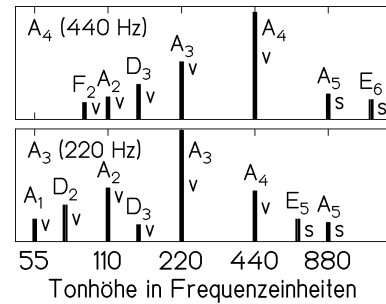


Abbildung 6: Berechnete Tongestalten musikalischer Töne; oben Note A_4 ; unten Note A_3 . Die Länge der vertikalen Balken ist ein Maß für die Ausprägtheit der einzelnen Tonhöhen. s Spektraltonhöhe; v Virtuelle Tonhöhe. Nach [9]

Phänomen der Tonverwandtschaft als psychoakustisch erklärt angesehen werden.

Die Erklärung der Harmonie

Das Gehör bildet Tongestalten nicht nur aus einzelnen Harmonischen Komplexen Tönen, sondern aus jeder Art von Klängen, und daher auch aus musikalischen Akkorden. Die Tongestalten der Akkorde enthalten zwangsläufig Virtuelle Tonhöhen, und diese entstehen stets nach dem gleichen Prinzip, nämlich auf die im vorhergehenden Abschnitt erläuterte Weise. Weil der harmonische Hintergrund eines Akkords durch dessen Rameau'schen Grundbass gekennzeichnet ist, ergibt sich die Erklärung des harmonischen Hintergrunds von Akkorden aus der Tatsache, dass der Akkord unter anderem eine Virtuelle Tonhöhe hervorruft, deren Notenwert dem Grundbass entspricht. Die Erklärung des Grundbasses – und daher die Erklärung der Harmonie – besteht demnach unmittelbar in der Tatsache, dass man Akkord-Grundbässe als Virtuelle Tonhöhen tatsächlich hören kann.

Aus diesem Grund ist die psychoakustische Theorie der Virtuellen Tonhöhe zugleich eine Theorie des Akkord-Grundbasses. Akkord-Grundbässe sind niemals vollkommen eindeutig – ebenso wenig wie die Tonhöhen. Jedoch gibt es Akkorde, welche jeweils einen besonders ausgeprägten Grundbass aufweisen; der wichtigste Akkord dieser Art ist der Dur-Dreiklang. Die Theorie der Virtuellen Tonhöhe ermöglicht es, die Grundbässe jedes beliebigen Akkords zu berechnen, und zwar sowohl nach ihrem Notenwert als auch hinsichtlich ihrer Ausprägtheit [7, 9, 10].

Dass der Akkord-Grundbass zwangsläufig als Virtuelle Tonhöhe existieren muss, kann man anhand des folgenden Beispiels verständlich machen. Angenommen, es werde der Dur-Dreiklang $A_4, C_5^\#, E_5$, bestehend aus Harmonischen Komplexen Tönen, dargeboten. Dann besteht das Schallsignal am Trommelfell des Hörers aus den in Abb. 7 veranschaulichten Fourier-Komponenten. Dieselben haben die Frequenzen $n \cdot 440$ Hz, $n \cdot 550$ Hz und $n \cdot 660$ Hz, wobei $n = 1, 2, \dots$

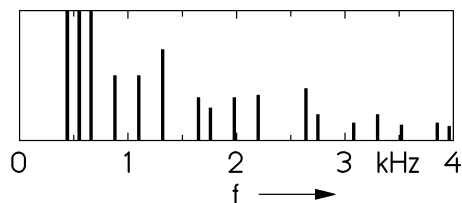


Abbildung 7: Teiltonspektrum (schematisch) des aus den Noten A_4 , $C_5^\#$, E_5 bestehenden Dur-Dreiklangs aus Harmonischen Komplexen Tönen. Ordinate: Amplitude in willkürlichem Maßstab. Das resultierende Schallsignal ist ein einziger Harmonischer Komplexer Ton, nämlich mit der Oszillationsfrequenz 110 Hz

Das Schallsignal, welches durch die Überlagerung der Dreiklangstöne, das heißt, ihrer sämtlichen Fourier-Komponenten, gebildet wird, ist nichts anderes als *ein einziger Harmonischer Komplexer Ton*, nämlich mit der Oszillationsfrequenz 110 Hz beziehungsweise der Periodendauer 9,9 ms. An diesem Harmonischen Komplexen Ton ist nur ungewöhnlich, dass gewisse Harmonische, nämlich die ersten drei, sowie etliche im Bereich hoher Frequenzen, die Amplitude Null haben.

Wenn der Dur-Dreiklang keine Virtuelle Tonhöhe hervorrufen würde, welche der Oszillationsfrequenz 110 Hz entspricht, so würde dies allen Erkenntnissen über die Virtuelle Tonhöhe widersprechen. Tatsächlich existiert diese Tonhöhe, und sie entspricht der Note A_2 . Sie stimmt mit dem Grundbass des Dreiklangs überein, den die Musiklehre angibt. Darüber hinaus existieren weitere Virtuelle Tonhöhen, insbesondere diejenigen, welche den Oszillationsfrequenzen der Dreiklangs-Töne entsprechen.

Die Hörbarkeit der Akkord-Grundbässe kann man demonstrieren, indem man eine rasche Folge von Dreiklängen darbietet, die so konstruiert ist, dass die Folge der Grundbässe, welche die Musiklehre angibt, eine bekannte Melodie bildet. Abb. 8 zeigt dafür ein Beispiel. Die Tatsache, dass auch musikalisch wenig geübte Personen die Melodie erkennen, beweist, dass die Grundbässe in der Hörempfindung existieren.



Abbildung 8: Zur Demonstration der Wahrnehmbarkeit der Akkord-Grundbässe. Die Grundbässe der dargestellten Dur- und Moll-Dreiklänge bilden die Melodie "Sur le pont d'Avignon". Werden die Dreiklänge in rascher Abfolge und mit mäßiger Lautstärke gespielt, kann man die Melodie hören

Wegen der Besonderheiten der Amplituden-Spektren musikalischer Akkorde ist die Virtuelle Tonhöhe der Grundbässe in der Regel nur schwach ausgeprägt – vor

allem im Vergleich zu den Virtuellen Tonhöhen der Dreiklangs-Töne.

Die Entdeckung der Hörbarkeit der Akkord-Grundbässe ist aller Wahrscheinlichkeit nach J.P. Rameau zuzuschreiben. Dieser hat vor 250 Jahren berichtet, dass er die Grundbässe von Akkorden tatsächlich als Tonhöhen gehört habe [5]. Es spricht alles dafür, dass er sich nicht geirrt hat. Auf diese Weise hat schon Rameau selbst die psychoakustische Grundlage der Akkord-Grundbässe angegeben und damit zugleich die früheste dokumentierte Beschreibung der Virtuellen Tonhöhe geliefert.

Durch die beschriebene Begründung der Akkord-Grundbässe werden Helmholtz' Zweifel an der Existenz einer psychoakustischen Grundlage des Rameau'schen *Basse Fondamentale* ausgeräumt. Das Empfinden für den harmonischen Hintergrund *melodischer* Musiksegmente ([1], 419) wird allerdings auch durch die vorstehend beschriebenen Ergebnisse nicht unmittelbar erklärt. Zur Erklärung dieses Empfindens bedarf es nach wie vor einer Hypothese, nämlich derjenigen, dass es sich individuell erst im Lauf der Zeit herausbildet, und zwar auf der Grundlage des Empfindens für den Akkord-Grundbass.

Literatur

- [1] Helmholtz, H.: *Die Lehre von den Tonempfindungen als Grundlage für die Theorie der Musik*. Vieweg, Braunschweig, 1863; 6. Aufl., 1913
- [2] Hindemith, P.: *Unterweisung im Tonsatz*. Schott, Mainz, 1940
- [3] Koenigsberger, L.: *Hermann von Helmholtz*. Vieweg, Braunschweig, 1911
- [4] Ohm, G.S.: Über die Definition des Tones, nebst daran geknüpfter Theorie der Sirene und ähnlicher tonbildender Vorrichtungen. *Ann. Phys. Chem.* **59** (1843), 513-565
- [5] Rameau, J.P.: *Démonstration du principe de l'harmonie*. Paris, 1750 (Wolfenbüttel, Berlin, 1930)
- [6] Seebeck, A.: Über die Erzeugung von Tönen durch getrennte Eindrücke, mit Beziehung auf die Definition des Tones. *Ann. Phys. Chem.* **63** (1844), 368-380
- [7] Terhardt, E.: Zur Tonhöhenwahrnehmung von Klängen I, II. *Acustica* **26** (1972), 173-199
- [8] Terhardt, E., et al.: Tonhöhenmehrdeutigkeit, Tonverwandtschaft und Identifikation von Sukzessivintervallen. *Acustica* **61** (1986), 57-66
- [9] Terhardt, E.: *Akustische Kommunikation*. Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 1998
- [10] Terhardt, E.: Software zur Berechnung der Virtuellen Tonhöhe und des Akkord-Grundbasses. <ftp:mmk.e-technik.tu-muenchen.de/pub/akom/ter/vpitch04a.zip>
- [11] Zwicker, E., Fastl, H.: *Psychoacoustics*, 2. Aufl., Springer, Berlin, Heidelberg, New York 1999