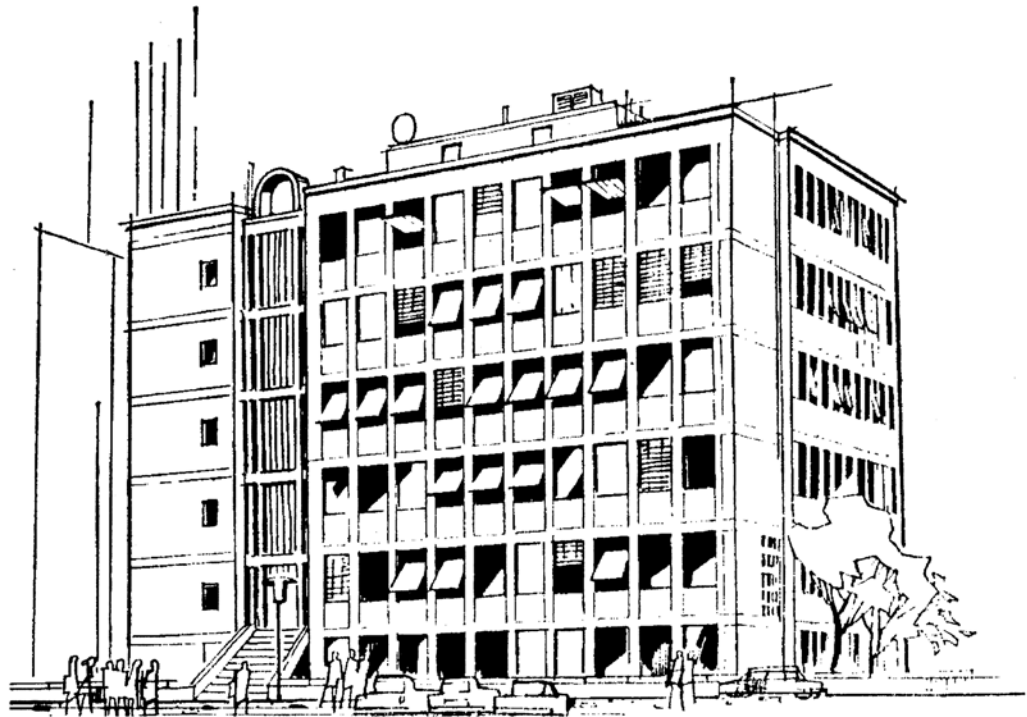

G. Söder: Simulation digitaler Übertragungssysteme

Mobilfunkkanal

**Lehrstuhl für Nachrichtentechnik
Technische Universität München**



Vorwort

Der Versuch *Mobilfunkkanal* soll Ihnen die Besonderheiten zeitvarianter Systeme verdeutlichen, deren Bedeutung in den letzten Jahren durch die rasante Verbreitung der Mobilkommunikation in starkem Maße zugenommen hat. In den ersten drei Abschnitten werden verschiedene Modelle und statistische Eigenschaften des *nichtfrequenzselektiven* Fadings (Rayleigh-, Rice- und Lognormal-Fading) behandelt, das in der Literatur auch als *Flat Fading* bezeichnet wird. Dagegen führt ein Kanal mit *frequenzselektivem* Fading (siehe Abschnitt 1.4) zu Impulsinterferenzen. Maßnahmen zur Entzerrung (vgl. Versuch "I&E") sind hier im Gegensatz zu zeitinvarianten Systemen aufwendiger und erfordern stets auch eine geeignete Kanalschätzung. Die Beschreibung des Mobilfunkkanals durch das *GWSSUS*-Modell wird bei der Versuchsdurchführung derzeit nicht behandelt; auf die Vorbereitung der Kapitel 1.4.4 bis 1.4.6 kann daher eventuell verzichtet werden.

Die vorliegende Anleitung gliedert sich in die drei Kapitel *Theoretische Grundlagen*, *Vorbereitungsfragen* und *Versuchsdurchführung*. Anhand dieses Heftes und des zugrundeliegenden Lehrprogramms "mfk" sollte ein Teilnehmer mit Grundkenntnissen der Nachrichtentechnik in der Lage sein, sich die wesentlichen Merkmale der mobilen Übertragungskanäle in etwa 8 Stunden (ca. vier Stunden Vorbereitung sowie vier Stunden Versuchsdurchführung) zu erarbeiten.

Die Musterlösungen der Vorbereitungsfragen und der Versuchsdurchführung sind am Ende des Heftes (ab Seite 53) beigelegt. Auf Seite IV finden Sie noch eine Zusammenstellung einschlägiger Literaturstellen, die für eine erfolgreiche Versuchsdurchführung durchaus nützlich sein können, jedoch nicht unbedingt vorausgesetzt werden.

Das interaktive WINDOWS-Demonstrations- und Lehrprogramm "mfk" wurde 1994 von Herrn *Dipl.-Ing. Manfred Schregle* im Rahmen seiner von uns betreuten Diplomarbeit am Lehrstuhl für Nachrichtentechnik der Technischen Universität München mit großer Sorgfalt konzipiert und implementiert. Für diese Anleitung wurden weiterhin Auszüge aus der Diplomarbeit von Herrn *Dipl.-Ing. Christian Ohligschlaeger* verwendet, die er 1996 unter unserer Anleitung angefertigt hat.

Die Autoren danken Herrn *Prof. Dr.-Ing. Joachim Hagenauer* recht herzlich, dessen Vorlesungsmanuskript *Digitaler Mobilfunk* uns bei der Konzeption dieses Versuchs sehr geholfen hat. Weiterhin bedanken wir uns beim Übungsassistenten zu obiger Vorlesung, Herrn *Dipl.-Ing. Rainer Bauer*, für wertvolle Verbesserungsvorschläge.

Wir wünschen Ihnen viel Erfolg und Spaß beim Durcharbeiten dieses Versuchs.

München, im Oktober 1999

Klaus Eichin
Günter Söder

Hinweis: Das Lehrprogramm "mfk" ist Bestandteil des Softwarepaketes "LNTwin", das wir – ebenso wie die Programme der Reihe "LNTsim" – an Hochschuleinrichtungen zu günstigen Konditionen weitergeben. Bei diesbezüglichen Fragen – aber auch bei Kritik jeder Art – wenden Sie sich bitte an:

Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. Günter Söder
Lehrstuhl für Nachrichtentechnik, Technische Universität München
D-80290 München, Tel: (089) 289-23486, Fax: (089) 289-23490
Email: guenter.soeder@ei.tum.de

Inhaltsverzeichnis

1	Theoretische Grundlagen	1
1.1	Allgemeines	1
1.1.1	Physikalische Beschreibung des Mobilfunkkanals	1
1.1.2	Äquivalentes Basisbandmodell	2
1.1.3	Beschreibung zeitinvarianter Systeme	5
1.1.4	Besonderheiten zeitvarianter Systeme	7
1.2	Allgemeingültiges Modell	9
1.2.1	Herleitung und Beschreibung	9
1.2.2	Zeitvariante Impulsantwort	11
1.2.3	Zeitvariante Pfadgewichte	13
1.3	Modellierung des nichtfrequenzselektiven Fadings	14
1.3.1	Modifizierung des allgemeinen Modells	14
1.3.2	Rayleigh-Fading	15
1.3.3	Einfluß des Dopplereffekts	16
1.3.4	Rice-Fading	19
1.3.5	Lognormal-Fading	20
1.4	Modellierung des frequenzselektiven Fadings	23
1.4.1	Frequenzselektivität	23
1.4.2	Systemfunktionen zeitvarianter Systeme	24
1.4.3	Korrelationsfunktionen zeitvarianter Systeme	25
1.4.4	GWSSUS-Modell	26
1.4.5	Kenngößen des GWSSUS-Modells	30
1.4.6	Simulation gemäß dem GWSSUS-Modell	31
2	Vorbereitungsfragen	33
V1	Zweidimensionale Impulsantwort	33
V2	Rayleighverteilung	35
V3	Rice-Fading	36
V4	Lognormal-Fading	37
V5	Frequenzselektives Fading	37
3	Versuchsdurchführung	39
D1	WDF des Rayleigh-Fadings	39
D2	Rayleigh-Fading mit statistischen Bindungen	40
D3	Rayleigh-Fading mit verschiedenen Dopplerfrequenzen	42
D4	Zusammenhang zwischen Rayleigh- und Rice-Fading	43
D5	Binäres Rechtecksignal bei Rayleigh- und Rice-Fading	44
D6	Lognormal-Fading	45
D7	Frequenzselektives Fading	46
D8	Impulsinterferenzen	48
D9	Frequenzselektiver Kanal mit Rayleigh-Fading	50
4	Lösungen der Vorbereitungsfragen	51
5	Ergebnisse der Versuchsdurchführung	55

Literaturverzeichnis

Die nachfolgende Liste enthält einige Fachbücher und Aufsätze, die die hier behandelte Thematik zum Inhalt haben und durchaus empfohlen werden können. Für eine erfolgreiche Versuchsdurchführung werden sie jedoch nicht unbedingt benötigt.

- [1] Aldinger, J.: *Die Simulation eines Mobilfunkkanals auf einem Digitalrechner*. Frequenz 36 (1982), S. 145–152.
- [2] Bello, P.A.: *Characterization of Randomly Timevariant Linear Channels*. IEEE Trans. COM-11 (1963), S. 360–393.
- [3] Hagenauer, J.: *Vorlesungsmanuskript zur Vorlesung "Nachrichtentechnik 1"*. Lehrstuhl für Nachrichtentechnik, Technische Universität München, 1998.
- [4] Hagenauer, J.: *Vorlesungsmanuskript zur Vorlesung "Digitaler Mobilfunk"*. Lehrstuhl für Nachrichtentechnik, Technische Universität München, 1997.
- [5] Höher, P.: *Empfang trelliscodierter PSK-Signale auf frequenzselektiven Mobilfunkkanälen – Entzerrung, Decodierung und Kanalparameterschätzung*. Düsseldorf: VDI-Verlag (Fortschrittsberichte, Reihe 10, Nr. 147), 1990.
- [6] Lorenz, R.W.: *Modell und Simulation des Mobilfunkkanals zur Analyse von Signalverzerrungen durch frequenzselektiven Schwund*. Frequenz 40 (1986), S. 241–248.
- [7] Papoulis, J.G.: *Probability, Random Variables and Stochastic Processes*. New York: Mc Graw-Hill, 1965.
- [8] Proakis, A.: *Digital Communications*. 2nd Edition. New York: Mc Graw-Hill, 1989.
- [9] Rice, S.O.: *Mathematical Analysis of Random Noise*. Bell Syst. Techn. J. Band 23 (1944), S. 282 – 332 und Band 24 (1945), S. 46–156.
- [10] Schulze, H.: *Stochastische Modelle und digitale Simulation von Mobilfunkkanälen*. Kleinheubacher Berichte 32 (1989), S. 431–438.
- [11] Söder, G.: *Simulationsmethoden in der Nachrichtentechnik*. Praktikumsanleitung, Lehrstuhl für Nachrichtentechnik, Technische Universität München, 1999.
- [12] Söder, G.: *Modellierung, Simulation und Optimierung von Nachrichtensystemen*. Berlin: Springer-Verlag, 1993.

1 Theoretische Grundlagen

Inhalt: Eine wesentliche Voraussetzung der bisherigen Praktikumsversuche war die Möglichkeit, die Kanalübertragungseigenschaften durch ein lineares zeitinvariantes System beschreiben zu können. Bei mobilen Kommunikationssystemen ist diese günstige Eigenschaft aufgrund des zeitvarianten Fadings nicht mehr gegeben.

Die statistische Beschreibung eines zeitvarianten Kanals ist um ein Vielfaches aufwendiger als die systemtheoretische, deterministische Darstellung von LZI-Systemen. Dies wird in diesem Versuch am Beispiel des Mobilfunkkanals verdeutlicht. Nach einem einführenden Kapitel wird im Abschnitt 1.2 ein allgemeingültiges Basisbandmodell angegeben, das neben der Zeitvarianz auch die Frequenzselektivität berücksichtigt. Einfache Sonderfälle hiervon führen zu statistischen Modellen für das nichtfrequenzselektive Rayleigh-, Rice- und Lognormal-Fading (Abschnitt 1.3). Die Besonderheiten des frequenzselektiven Fadings werden in Abschnitt 1.4 behandelt, insbesondere auch das sogenannte GWSSUS-Simulationsmodell.

1.1 Allgemeines

Der Mobilfunkkanal ist die Übertragungstrecke zwischen Sender- und Empfängerantenne. Da sowohl Sender als auch Empfänger bewegt sein können, weist der Mobilfunkkanal gegenüber anderen Funkkanälen (z.B. Richtfunk- bzw. Satellitenverbindungen) deutlich unterschiedliche Eigenschaften auf. Noch gravierender ist der Unterschied zu leitungsgebundener Übertragung (z.B. über Koaxialkabel oder Lichtwellenleiter), bei der das Übertragungsverhalten - abgesehen von additiven Rauschanteilen - als zeitinvariant betrachtet werden kann, und bei denen die linearen Verzerrungen somit durch einen zeitunabhängigen Frequenzgang $H(f)$ beschreibbar sind.

Die optimalen Sender- und Empfängerkomponenten eines Mobilfunksystems unterscheiden sich daher deutlich von anderen Übertragungssystemen. Um eine solche Optimierung durchführen zu können, ist eine möglichst genaue Kenntnis des Mobilfunkkanals von großer Wichtigkeit.

1.1.1 Physikalische Beschreibung des Mobilfunkkanals

Bild 1.1 zeigt ein typisches Mobilfunkszenario mit einer festen Basisstation und einem mobilen Teilnehmer. Bei dieser Darstellung erreicht das Funksignal der Basisstation die Mobilstation über einen direkten Pfad. Desweiteren empfängt die Antenne des mobilen Teilnehmers aber auch Signalanteile, die auf Umwegen zum Empfänger gelangt sind (*Mehrwegeausbreitung*, engl. *multipath propagation*). Diese Anteile sind wegen der größeren Laufzeiten gegenüber der Direktpfadkomponente verzögert, so daß es - je nach Frequenz - zu Auslöschungen oder zu konstruktiven Überlagerungen der mehrfach empfangenen Signalanteile kommen kann. Man spricht dann von *frequenzselektivem Fading*, was zu *Impulsinterferenzen* im Empfänger und damit zu einer beträchtlichen Degradation der Übertragungsqualität führen kann.

Die zweite wichtige Eigenschaft des Mobilfunkkanals ist neben der Frequenzselektivität die *Zeitvarianz*. Bei dem in Bild 1.1 dargestellten Szenario wird z.B. dann eine sehr viel schlechtere Übertragungsqualität - d.h. bei einem Digitalsystem eine deutlich höhere Fehlerhäufigkeit - zu erwarten sein, wenn der direkte Pfad zwischen Basisstation und der sich bewegenden Mobilstation durch das links eingezeichnete Gebäude abgeschattet sein wird. Das Empfangssignal setzt sich dann nur aus den auf Umwegen eintreffenden Teilsignalen zusammen, die gegenüber der Direktpfadkomponente aufgrund von Streuungen, Reflexionen sowie evtl. Brechungs- und Beugungserscheinungen an natürlichen oder von Menschenhand geschaffenen Hindernissen abgeschwächt sind und sich zudem nicht betragsmäßig, sondern nur vektoriell addieren.

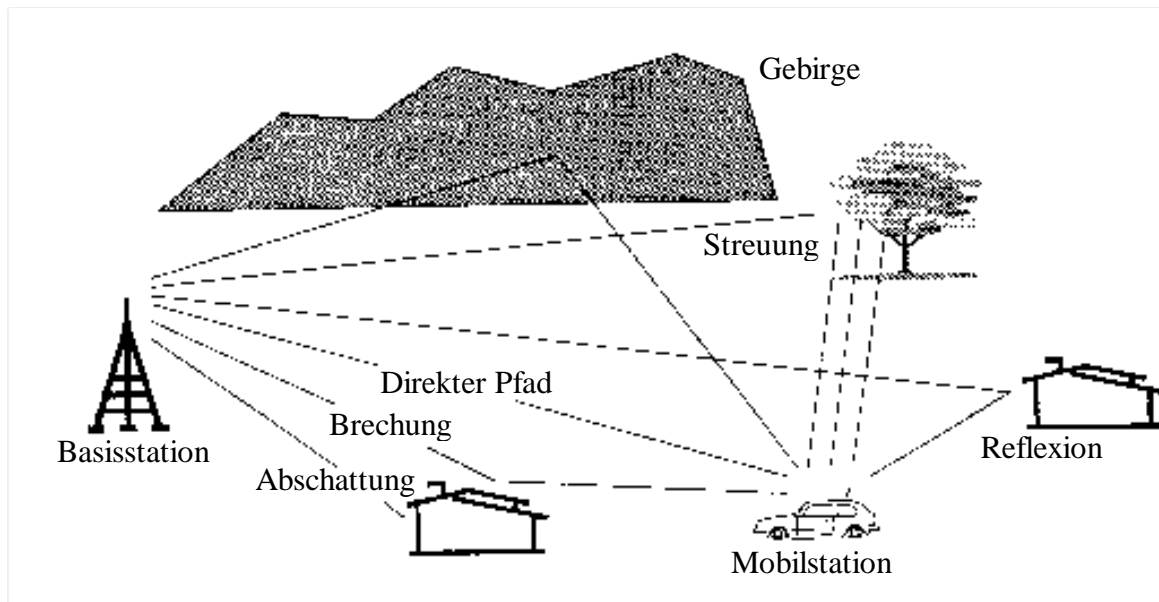


Bild 1.1: Zum Einfluß der Umgebung auf die Verbindung Basisstation - Mobilstation.

Die unterschiedliche Entfernung zwischen Sender und sich bewegendem Empfänger bewirkt eine weitere Zeitvarianz ebenso wie die störende Kommunikation zwischen Basisstation und anderen sich in der Nähe befindlichen Mobilstationen ("Interferenzen").

Neben diesen zeitvarianten Fadingerscheinungen wird das Übertragungsverhalten auch durch *additives Rauschen* - bedingt durch das Eigenrauschen der Empfängerbauteile sowie durch Hintergrundrauschen auf der Übertragungsstrecke - beeinflusst. Dieses wird im folgenden nicht weiter betrachtet, da es gleiche Auswirkungen hat wie bei herkömmlichen, zeitinvarianten Übertragungssystemen.

1.1.2 Äquivalentes Basisbandmodell

Wie bei jeder trägermodulierten Übertragung ist es auch beim Mobilfunk üblich, Systemuntersuchungen im äquivalenten Basisband durchzuführen. Deshalb sollen hier zunächst nochmals die bereits im Versuch „*Analoge Modulationsverfahren*“ behandelten Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Tiefpaß- und Bandpaßsystemen kurz wiederholt werden.

Funksignale sind Bandpaßsignale um eine Trägerfrequenz f_T , so daß die in Bild 1.2 (oben) gezeigte Konfiguration vorliegt. Hierbei ist $s_{BP}(t)$ das Eingangssignal, $r_{BP}(t)$ das Ausgangssignal.

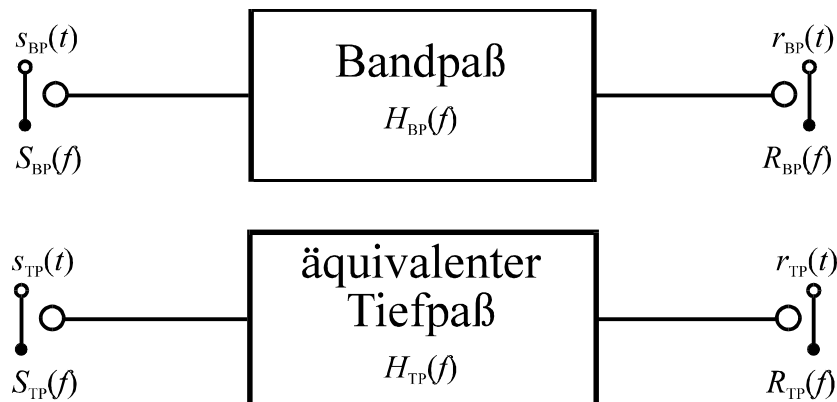


Bild 1.2: Darstellung eines Bandpaßsystems als äquivalentes Tiefpaßsystem.

Um die Berechnungen zu vereinfachen, transformiert man Bandpaßsignale meist in das sogenannte *äquivalente Basisband*. Dadurch erhält man eine Beschreibung im Tiefpaßbereich mit den entsprechenden Signalen $s_{\text{TP}}(t)$ und $r_{\text{TP}}(t)$ entsprechend Bild 1.2 (unten).

Das Spektrum $S_{\text{TP}}(f)$ des äquivalenten Tiefpaßsignals $s_{\text{TP}}(t)$ ergibt sich aus dem Bandpaßspektrum $S_{\text{BP}}(f)$, indem man die negativen Frequenzen „abschneidet“, während man die Signalanteile bei den positiven Frequenzen verdoppelt und anschließend eine (sinnvoll gewählte) Frequenzverschiebung nach links vornimmt. Bild 1.3 verdeutlicht den Zusammenhang an einem Beispiel, wobei hier die Verschiebungsfrequenz f_0 gleich der Mittenfrequenz f_M des Spektrums gesetzt ist. (f_M kann, muß aber nicht mit f_T übereinstimmen). Zu beachten sind ferner die für reelle Signale gültigen Symmetrieeigenschaften von Real- und Imaginärteil der Spektralfunktion: der Realteil von $S_{\text{BP}}(f)$ ist stets eine gerade Funktion in f , der Imaginärteil eine ungerade.

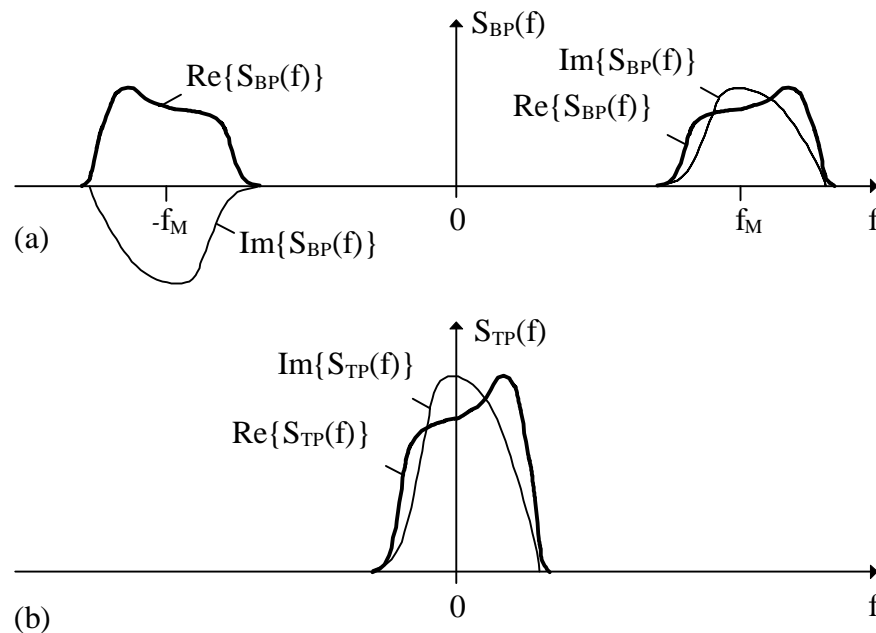


Bild 1.3: Spektrum eines Bandpaßsignals (a) und zugehöriges Basisbandspektrum (b), das sich aus (a) durch Verdoppeln, Abschneiden der negativen Frequenzen und Verschieben nach links ergibt.

Zur formelmäßigen Beschreibung dieser Prozedur wird zusätzlich das *analytische Signal* $s_+(t)$ und dessen Spektrum $S_+(f)$ eingeführt:

$$(1.1) \quad S_+(f) \longleftrightarrow s_+(t).$$

Dieses steht mit dem Bandpaßspektrum $S_{\text{BP}}(f)$ in folgendem Zusammenhang:

$$(1.2) \quad S_+(f) = S_{\text{BP}}(f) \cdot (1 + \text{sign}(f)),$$

mit

$$(1.3) \quad \text{sign}(f) = \begin{cases} +1 & \text{für } f > 0, \\ -1 & \text{für } f < 0. \end{cases}$$

Die Operation (1.2) beschreibt in kompakter Weise das „Abschneiden“ der negativen sowie das Verdoppeln der positiven Frequenzanteile des Bandpaßspektrums. Das zugehörige Zeitsignal $s_+(t)$ ist aufgrund des Zuordnungssatzes auch bei reellem Bandpaßsignal stets komplex.

Das äquivalente Tiefpaßspektrum $S_{\text{TP}}(f)$ ergibt sich aus $S_+(f)$ durch Frequenzverschiebung nach links. Setzt man die Verschiebungsfrequenz f_0 gleich der Trägerfrequenz f_T , so erhält man

$$(1.4) \quad S_{\text{TP}}(f) = S_+(f + f_T).$$

Nach dem Verschiebungssatz gilt für die entsprechende Zeitfunktion:

$$(1.5) \quad s_{\text{TP}}(t) = s_+(t) \cdot e^{-j2\pi f_T t}.$$

Dieses Signal ist i.a. komplex im Gegensatz zum stets reellen Signal $s_{\text{BP}}(t)$. Der Zusammenhang zwischen dem reellen Bandpaßsignal und dem äquivalenten Tiefpaßsignal lautet:

$$(1.6) \quad s_{\text{BP}}(t) = \text{Re}\{s_{\text{TP}}(t) \cdot e^{j2\pi f_T t}\}.$$

Der Betrag $a(t) = |s_{\text{TP}}(t)|$ des äquivalenten Tiefpaßsignals beschreibt die Hüllkurve von $s_{\text{BP}}(t)$, die Phase

$$(1.7) \quad \phi(t) = \arctan\left(\frac{\text{Im}\{s_{\text{TP}}(t)\}}{\text{Re}\{s_{\text{TP}}(t)\}}\right)$$

gibt Aufschluß über die zeitabhängige Lage der Nulldurchgänge von $s_{\text{BP}}(t)$ in Bezug zu einer Cosinusschwingung gleicher Frequenz f_T .

In ähnlicher Weise wie für die Spektren läßt sich auch für einen Frequenzgang mit Bandpaßcharakteristik ein äquivalentes Basisbandmodell angeben. Die Berechnung erfolgt im wesentlichen nach den Gleichungen (1.1) bis (1.7), wobei für $s(t)$ bzw. $S(f)$ mit entsprechender Indizierung nun jedoch die Impulsantwort $h(t)$ bzw. der Frequenzgang $H(f)$ einzusetzen sind. Der einzige und wesentliche Unterschied ist der Faktor 2 in den Definitionsgleichungen. Während bei den Spektren z.B. die Beziehung

$$(1.8) \quad S_{\text{TP}}(0) = 2 \cdot S_{\text{BP}}(f_T)$$

gültig ist, lautet die entsprechende Gleichung bezüglich eines Frequenzgangs:

$$(1.9) \quad H_{\text{TP}}(0) = H_{\text{BP}}(f_T).$$

Anstelle von (1.6) gilt deshalb auch:

$$(1.10) \quad h_{\text{BP}}(t) = 2 \cdot \text{Re}\{h_{\text{TP}}(t) \cdot e^{j2\pi f_T t}\}.$$

Im folgenden werden stets die äquivalenten Tiefpaßsignale und -systeme betrachtet, und es wird auf die Indizierung verzichtet. In allen nachfolgenden Abschnitten bezeichnen $s(t) = s_{\text{TP}}(t)$ und $r(t) = r_{\text{TP}}(t)$ die äquivalenten Tiefpaßsignale am Sender und Empfänger, die über den äquivalenten Basisband-Frequenzgang $H(f) = H_{\text{TP}}(f)$ bzw. die zugehörige Impulsantwort $h(t) = h_{\text{TP}}(t)$ verknüpft sind.

Anzumerken ist, daß für diese vereinfachte Untersuchung eines Trägermodulationssystems auch die im Bereich um die Trägerfrequenz wirksamen *Störungen* ins Basisband transformiert werden müssen, und zwar derart, daß sich für die charakteristischen Kenngrößen (wie z.B. die Fehlerwahrscheinlichkeit) die gleichen Werte ergeben. Dieser Aspekt wurde bereits im Versuch „Digitale Modulationsverfahren“ eingehend behandelt. Da im Versuch „Mobilfunkkanal“ jedoch keine Rauschstörungen betrachtet werden, muß hier auch nicht auf deren Umsetzung ins äquivalente Basisband eingegangen werden.

1.1.3 Beschreibung zeitinvarianter Systeme

Ist die Impulsantwort unabhängig vom Betrachtungszeitpunkt, so liegt ein *zeitinvariantes System* (LZI-System) gemäß Bild 1.2 vor. Die alleinige Kenngröße eines LZI-Systems ist im Frequenzbereich der Frequenzgang (auch Übertragungsfunktion genannt) $H(f) = R(f)/S(f)$.

Die äquivalente Größe zu $H(f)$ im Zeitbereich ist durch die inverse Fouriertransformation \mathbf{F}^{-1} gegeben ("*Fourierrücktransformation*"):

$$(1.11) \quad h(\tau) = \mathbf{F}^{-1}\{H(f)\} = \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \cdot e^{+j2\pi f\tau} df .$$

Hierbei bezeichnet die Variable τ die sogenannte Verzögerungszeit.

Ist das Eingangssignal $s(t)$ ein Diracimpuls $\delta(t)$, erhält man für das Ausgangssignal $r(t)$ genau die Impulsantwort $h(t)$ des Systems (vgl. Bild 1.4). An diesem Beispiel erkennt man die Zeitdispersion (Verbreiterung eines Impulses) von der Dauer 0 auf die Dauer $\tau_{\max} - \tau_{\min}$ sowie eine Zeitverzögerung des „Schwerpunktes“ um τ_0 .

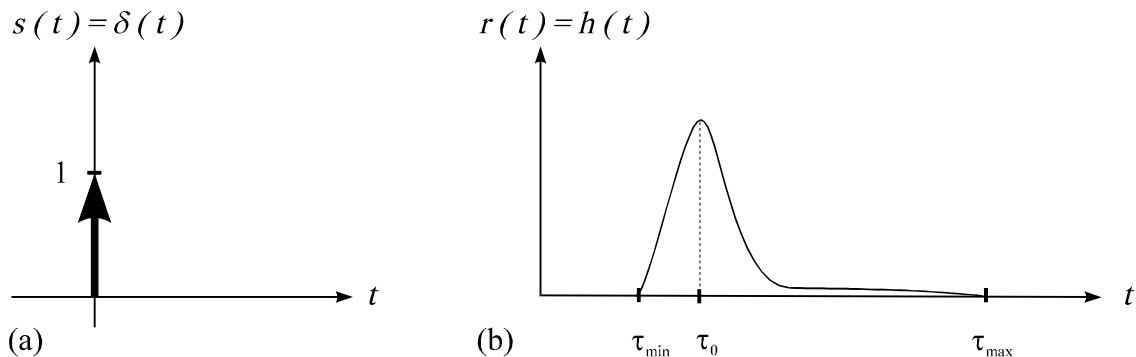


Bild 1.4: Zeitinvariantes Ausgangssignal bei einem Diracimpuls am Eingang.

Liegt am Eingang dagegen ein allgemeines, nicht diracförmiges Signal $s(t)$ an, so erhält man das Ausgangssignal durch Anwendung der Faltungsoperation:

$$(1.12) \quad r(t) = s(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cdot s(t - \tau) d\tau .$$

Falls die Impulsantwort $h(\tau)$ für $\tau < \tau_{\min}$ und $\tau > \tau_{\max}$ identisch 0 ist, vereinfacht sich Gl. (1.12) in den zu integrierenden Grenzen zu

$$(1.13) \quad r(t) = s(t) * h(t) = \int_{\tau_{\min}}^{\tau_{\max}} h(\tau) \cdot s(t - \tau) d\tau .$$

Da die Faltungsoperation kommutativ ist, kann man (1.13) auch in folgender Form schreiben:

$$(1.14) \quad r(t) = s(t) * h(t) = h(t) * s(t) = \int_{t - \tau_{\max}}^{t - \tau_{\min}} s(\tau) \cdot h(t - \tau) d\tau .$$

Bereits in diesen für LZI-Systeme gültigen Gleichungen kommen somit zwei Zeitvariable vor, nämlich die absolute Zeit t (bezogen auf die Empfängerseite) sowie die Verzögerungszeit τ . Die Integrationsvariable τ gibt dabei die unterschiedlichen Verzögerungszeiten der einzelnen, infinitesimal schmalen Abschnitte der Impulsantwort wieder. Die Bezeichnung "*Verzögerungszeit*" für die Variable τ ist deshalb gerechtfertigt.

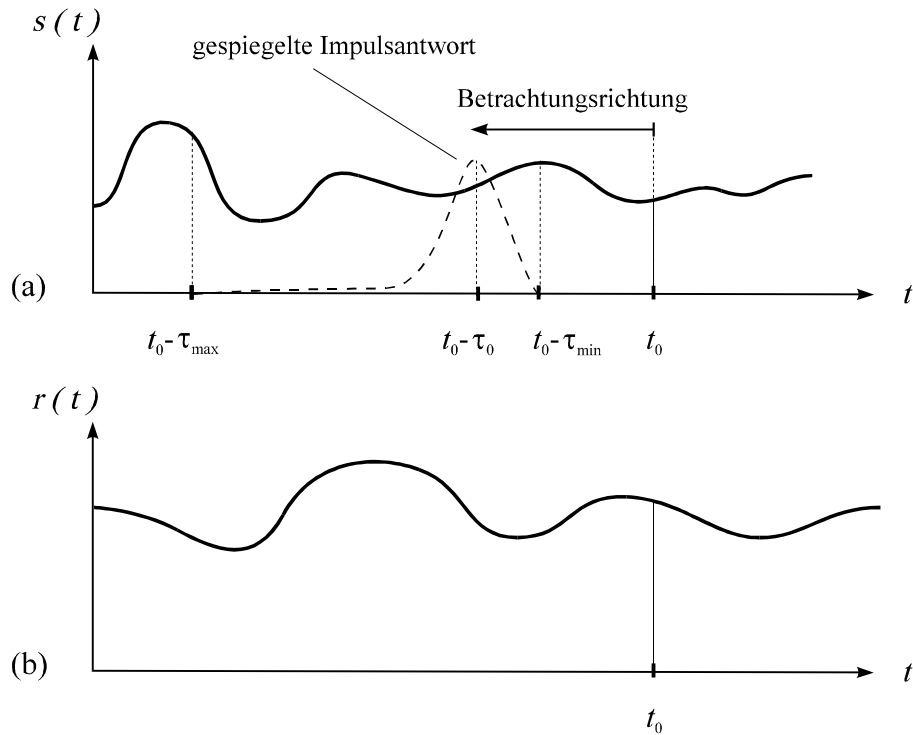


Bild 1.5: Zeitinvariantes Ausgangssignal $r(t)$ bei einem beliebigen Eingangssignal $s(t)$.
Hinweis: Die Signalverläufe sind hier nur qualitativ zu verstehen.

Bild 1.5 verdeutlicht diesen Sachverhalt. Die Impulsantwort habe wie in Bild 1.4 Anteile von τ_{\min} bis τ_{\max} mit dem Maximum bei τ_0 . Das Eingangssignal $s(t)$ sei willkürlich gewählt und habe den Verlauf wie in Bild 1.5(a) angegeben.

Zur Berechnung des Faltungsintegrals nach Gl. (1.14) ist es nötig, die Impulsantwort zu spiegeln (in Bild 1.5(a) gestrichelt eingezeichnet) und die gewichtete Funktion $s(\tau) \cdot h(t - \tau)$ für jeden Wert t des Eingangssignals zu integrieren. Zum Zeitpunkt $t = t_0$ hat die (gespiegelte) Impulsantwort Signalanteile zwischen $t_0 - \tau_{\max}$ und $t_0 - \tau_{\min}$ mit dem Maximum bei $t = t_0 - \tau_0$. Daraus folgt, daß alle Signalwerte $s(t_0 - \tau_{\max})$ bis $s(t_0 - \tau_{\min})$ den Signalwert $r(t_0)$ beeinflussen.

Definiert man eine Zeit $T \geq \tau_{\max}$, bei der die Impulsantwort wieder auf den Wert Null abgeklungen ist, und legt man z.B. als Eingangssignal einen Diracpuls $p(t)$ im Zeitbereich an,

$$(1.15) \quad p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta(t - nT) \quad \text{mit} \quad T > \tau_{\max},$$

so erhält man zu allen Zeitpunkten $n \cdot T$ die gleiche Impulsantwort, die sich weder in ihrer Amplitude noch in ihrer Form verändert, wie man anhand von Bild 1.6 sehen kann.



Bild 1.6: LZI-Pulsantwort (Ausgangssignal bei einem Puls $p(t)$ am Eingang).

1.1.4 Besonderheiten zeitvarianter Systeme

Anders sieht es aus, wenn sich die Übertragungsfunktion und damit auch die Impulsantwort mit der Zeit verändert. Es resultieren dann daraus die linearen zeitvarianten (LZV) Systeme. Als Beispiel sei die zeitvariante Impulsantwort im Mobilfunk genannt. Sie entsteht, wenn sich ein Empfänger beispielsweise durch eine Straße in einer Stadt bewegt und das empfangene Signal durch Abschattung, Reflexion und Beugung deutliche Schwankungen aufweist.

Zur Kennzeichnung dieses Sachverhaltes wird nun ein zweiter Parameter benötigt,

$$h(\tau) \rightarrow h(\tau, t),$$

und man bildet zweckmäßigerweise die Funktion $h(\tau, t)$ in einem zweidimensionalen Koordinatensystem ab, in dem man auf der ersten Zeitachse die Verzögerungszeit τ aufträgt (welche die Zeitdispersion des Systems kennzeichnet), und auf der zweiten Achse die die Zeitvarianz beschreibende absolute Zeit t (vgl. Bild 1.7). Das bedeutet, daß die Impulsantwort in einem zeitvarianten System zu verschiedenen Zeiten t unterschiedlich ausfällt. Eine Besonderheit dieser Darstellung ist die Tatsache, daß die τ -Achse kontinuierliche Werte aufweisen kann, während die Funktion auf der t -Achse stets zeitdiskret aufgetragen wird.

Bei einem zeitvarianten System gilt anstelle von Gleichung (1.13) nun folgende Formel:

$$(1.16) \quad r(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t) \cdot s(t - \tau) d\tau.$$

Die Impulsantwort $h(\tau, t)$ ist somit als die Systemantwort auf einen eingangsseitigen Diracimpuls zum Zeitpunkt $t - \tau$ zu interpretieren.

Diese Gleichung kann allerdings nur dann angewandt werden, wenn die zeitliche Veränderung der Impulsantwort $h(\tau, t)$ in Relation zur maximalen Verzögerung τ_{\max} langsam ist, so daß die "Augenblicksimpulsantwort" über eine kurze Zeit hinweg als konstant angesehen werden kann:

$$(1.17) \quad h(\tau, t) \approx \text{const.} \text{ für Zeiten } t \dots t + \tau_{\max}.$$

Unter dieser Einschränkung, die für heutige Mobilfunkssysteme erfreulicherweise stets zutrifft, ist die Augenblicksimpulsantwort auch tatsächlich meßbar. Würde diese Voraussetzung nicht erfüllt sein, so wäre die zweidimensionale Impulsantwort eine rein theoretische Größe, da ein durchlaufender Diracimpuls zu verschiedenen Verzögerungszeiten mit verschiedenen Funktionswerten gewichtet werden müßte.

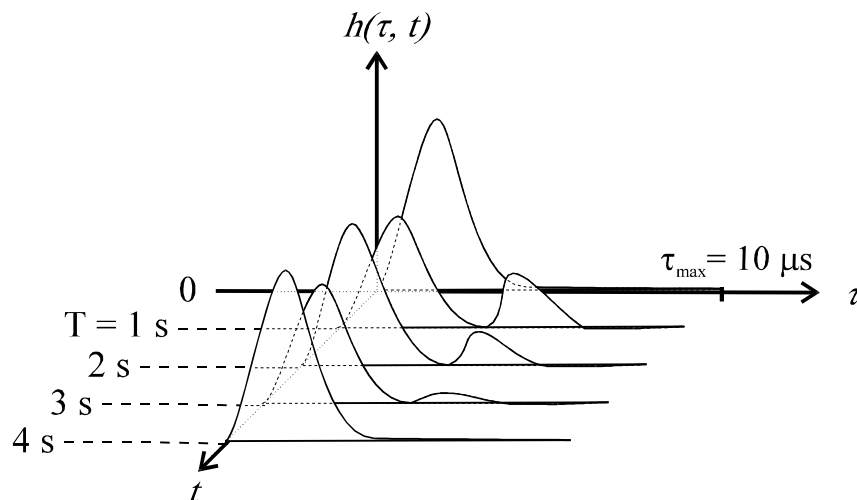


Bild 1.7: Zweidimensionale zeitvariante Impulsantwort in τ/t -Darstellung.

Das Problem der sich schnell verändernden Impulsantwort soll durch ein Zahlenbeispiel verdeutlicht werden. Gegeben sei folgende zeitvariate Impulsantwort:

$$h(\tau, t = 90 \text{ ms}) = k_1 \cdot \delta(\tau - 1 \text{ ms}) + k_2 \cdot \delta(\tau - 10 \text{ ms}),$$

$$h(\tau, t = 99 \text{ ms}) = k_3 \cdot \delta(\tau - 1 \text{ ms}) + k_4 \cdot \delta(\tau - 10 \text{ ms}).$$

Das Ausgangssignal $r(t)$ zum Zeitpunkt $t = 100 \text{ ms}$ erhält man durch Anwendung von Gl. (1.16):

$$r(100 \text{ ms}) = s(t = 90 \text{ ms}) \cdot h(\tau = 10 \text{ ms}; t = 90 \text{ ms}) + \\ + s(t = 99 \text{ ms}) \cdot h(\tau = 1 \text{ ms}; t = 99 \text{ ms}).$$

Daraus folgt: $r(100 \text{ ms}) = s(90 \text{ ms}) \cdot k_2 + s(99 \text{ ms}) \cdot k_3$. Hieraus ist ersichtlich, daß keine der beiden obigen Impulsantworten den Sachverhalt richtig wiedergibt. Erst mit der zusätzlichen Nebenbedingung einer nur langsamen Änderung macht die Impulsantwort auch bei zeitvarianten Systemen Sinn. Deswegen wird ab sofort vorausgesetzt, daß die zeitliche Veränderung der Impulsantwort $h(\tau, t)$ gegenüber der maximalen Verzögerung τ_{\max} langsam ist.

Bild 1.8 verdeutlicht anhand der Pulsantwort nochmals den Unterschied zu einem LZI-System (vgl. Bild 1.6). Man erkennt deutlich, wie sich in Abhängigkeit vom Zeitpunkt t die einzelnen Impulsantworten in ihrem Signalverlauf verändern.

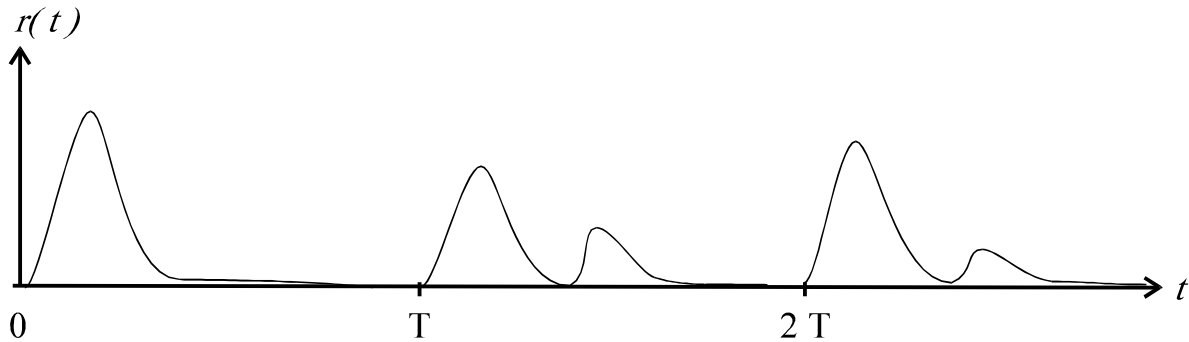


Bild 1.7: LZV-Pulsantwort (Ausgangssignal bei einem Puls $p(t)$ am Eingang).

Bisher wurde der zeitvariable Kanal ausschließlich im Zeitbereich behandelt. Den Übergang zu Spektralfunktionen liefert wieder die Fouriertransformation. Da aber nun zwei Zeitvariable existieren, gibt es drei unterschiedliche Fouriertransformierte, einmal transformiert nach der absoluten Zeit t , zum zweiten nach der Verzögerungszeit τ , schließlich transformiert nach beiden Zeitvariablen. Hierauf wird im Abschnitt 1.4.3 noch ausführlicher eingegangen.

Beispielsweise kommt man zu der zweidimensionalen, zeitvarianten Übertragungsfunktion $H(f, t)$, indem man die zweidimensionale Impulsantwort $h(\tau, t)$ bezüglich der Verzögerungszeit τ fouriertransformiert:

$$(1.18) \quad H(f, t) = \mathbf{F}_{\tau} \{ h(\tau, t) \} = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t) \cdot e^{-j2\pi f \tau} d\tau.$$

Hierbei bezeichnet der Index der Fouriertransformationsvorschrift die Zeitvariable, nach der transformiert wird: \mathbf{F}_{τ} steht somit für die Fouriertransformation bezüglich der Verzögerungszeit τ . Die Darstellung von $H(f, t)$ liefert auch hier einen zweidimensionalen Graphen, der einerseits über der Frequenz f aufgetragen ist und andererseits zeitdiskret über der absoluten Zeit t .

Für den Sonderfall eines LZI-Systems gilt wieder:

$$(1.19) \quad H(f, t) = H(f) \quad \text{für alle } t.$$

1.2 Allgemeingültiges Modell

Im folgenden wird ein in weiten Bereichen gültiges systemtheoretisches Modell des Mobilfunkkanals abgeleitet, das den Zusammenhang zwischen Eingangssignal $s(t)$ und Ausgangssignal $r(t)$ herstellt. Es sei an dieser Stelle nochmals vermerkt, daß $s(t)$ und $r(t)$ hier im äquivalenten Basisband betrachtet werden, und somit die komplexen Hüllkurven des tatsächlich gesendeten bzw. empfangenen Bandpaßsignals beschreiben.

1.2.1 Herleitung und Beschreibung

Das Funksignal $s(t)$ erreicht den Empfänger über eine Vielzahl von Pfaden (siehe Bild 1.1), wobei die einzelnen Signalanteile in unterschiedlicher Weise gedämpft und verschieden lang verzögert werden. Allgemein kann man somit für das Empfangssignal $r(t)$ schreiben (ohne Berücksichtigung des thermischen Rauschens):

$$(1.20) \quad r(t) = \sum_{k=1}^K e^{-\alpha_k(t)} \cdot e^{-j\beta_k(t)} \cdot s(t - \tau_k).$$

Dabei bezeichnet:

$\alpha_k(t)$: den zeitabhängigen Dämpfungsverlauf auf dem k -ten Pfad,

$\beta_k(t)$: den zeitabhängigen Phasenverlauf auf dem k -ten Pfad,

τ_k : die Laufzeit auf dem k -ten Pfad.

Die Anzahl K der sich (zumindest geringfügig) unterscheidenden Pfade ist dabei i.a. sehr groß und für eine direkte Modellierung ungeeignet.

Man kann obiges Modell vereinfachen, wenn man berücksichtigt, daß jeweils einige Pfade näherungsweise gleiche Parameter aufweisen. Man unterscheidet somit nur noch M solcher Pfade, die durch großräumige Wegeunterschiede und damit merkliche Laufzeitunterschiede gekennzeichnet sind. Jeder dieser Hauptpfade, die im folgenden mit dem Index m bezeichnet werden, löst sich in eine Vielzahl von Nebenpfaden (z.B. Reflexionen an Feinstrukturen, anderen Fahrzeugen usw.) auf, deren Laufzeitunterschiede im Vergleich zur Bitdauer eher gering sind. Aus (1.20) folgt somit durch Bildung von M (typischerweise zwischen 1 und 5) Gruppen:

$$(1.21) \quad r(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{n=1}^{N_m} e^{-\alpha_{m,n}(t)} \cdot e^{-j\beta_{m,n}(t)} \cdot s(t - \tau_{m,n}).$$

Der eindimensionale Index k ist hierbei aufgespalten in den Doppelindex (m, n) , wobei der erste einen Hauptpfad, der zweite Index einen Nebenpfad kennzeichnet. Bezüglich der Anzahl der Indizes gilt folgender Zusammenhang:

$$(1.22) \quad \sum_{m=1}^M N_m = K.$$

Bei dem in Bild 1.1 dargestellten Szenario wäre z.B. der Parameter $M = 5$ zu setzen.

Die kleineren Laufzeitunterschiede der zu einem Hauptpfad gehörigen Nebenpfade können mit guter Näherung durch eine mittlere Laufzeit

$$(1.23) \quad \tau_m = \frac{1}{N_m} \sum_{n=1}^{N_m} \tau_{m,n}$$

ersetzt werden.

Somit kann der letzte Term in Gl. (1.21) aus der inneren Summation herausgenommen werden, und man erhält:

$$(1.24) \quad r(t) = \sum_{m=1}^M s(t - \tau_m) \cdot \sum_{n=1}^{N_m} e^{-\alpha_{m,n}(t)} \cdot e^{-j\beta_{m,n}(t)}.$$

Die zweite Summe ist als multiplikative zeivariante Gewichtung des m -ten Pfades zu interpretieren. Mit der Abkürzung

$$(1.25) \quad z_m(t) = \sum_{n=1}^{N_m} e^{-\alpha_{m,n}(t)} \cdot e^{-j\beta_{m,n}(t)}$$

kann somit für das Empfangssignal (wieder ohne Berücksichtigung des additiven Rauschens) auch geschrieben werden:

$$(1.26) \quad r(t) = \sum_{m=1}^M z_m(t) \cdot s(t - \tau_m).$$

Dies bedeutet, daß das Sendesignal am Empfänger nicht unverfälscht ankommt, sondern daß das Signal durch verschieden (komplex) gewichtete und verzögerte Echos verfälscht wird. Man spricht von *linearen Verzerrungen*, die zu *Impulsinterferenzen* führen. Im Spektralbereich bezeichnet man diesen Effekt als *frequenzselektives Fading* (vgl. Abschnitt 1.4).

Berücksichtigt man zusätzlich den additiven Rauschanteil, so wird (1.26) ergänzt zu:

$$(1.27) \quad r(t) = \left(\sum_{m=1}^M z_m(t) \cdot s(t - \tau_m) \right) + n(t).$$

Daraus ergibt sich das recht einfache Modell von Bild 1.8 in Form eines Laufzeitfilters. Die (unterschiedlichen) Laufzeiten τ_m der M Hauptpfade sind für die Impulsinterferenzen und damit für die Frequenzselektivität verantwortlich, die komplexen Faktoren $z_m(t)$ dagegen für die Zeitvarianz des Mobilfunkkanals.

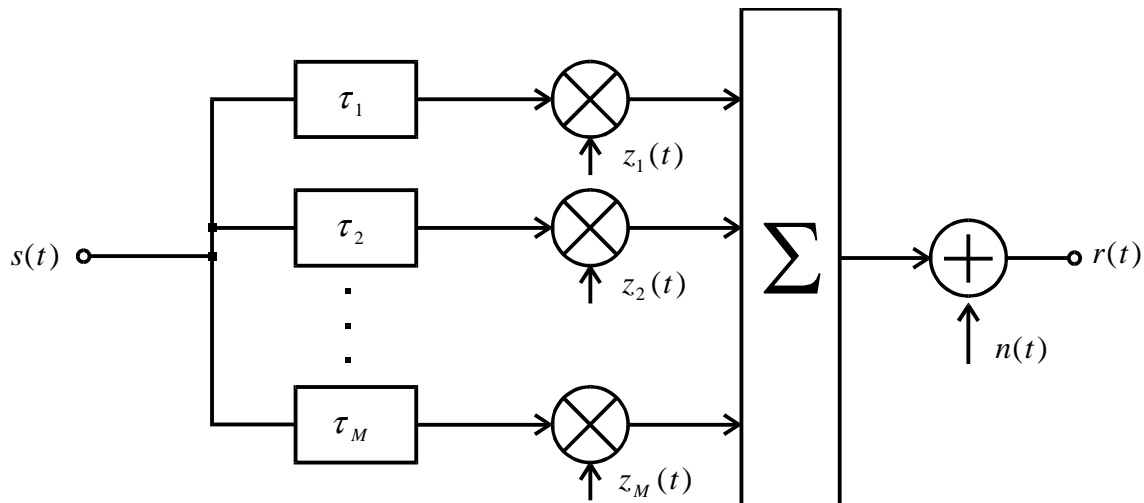


Bild 1.8: Allgemeingültiges Modell für den Mobilfunkkanal (ohne additiven Rauschanteil)

Der Rauschanteil $n(t)$ wird in dieser Arbeit nicht mehr berücksichtigt, so daß ab sofort stets $n(t) = 0$ gesetzt ist, wenn nicht explizit etwas anderes angegeben wird.

1.2.2 Impulsantwort

Betrachten wir zunächst die multiplikativen Faktoren als konstante komplexe Größen. Dann liefert dieses Modell eine zeitinvariante Impulsantwort $h(\tau)$. Diese erhält man (im äquivalenten Basisband) als Ausgangssignal $r(t)$, wenn als Sendesignal $s(t)$ eine Diracfunktion verwendet wird (siehe Abschnitt 1.4). Bei konstanten Faktoren folgt somit aus (1.26):

$$(1.28) \quad h(\tau) = \sum_{m=1}^M z_m \cdot \delta(\tau - \tau_m).$$

Das bedeutet: eine einzige Diracfunktion am Eingang führt zu mehreren Echos am Ausgang. Eine solche zeitinvariante Impulsantwort ist in Bild 1.9 für $M = 3$ Pfade skizziert.

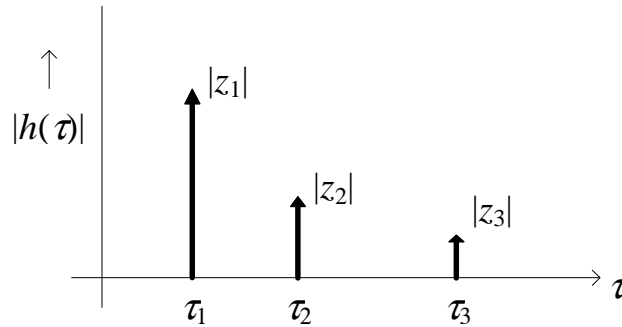


Bild 1.9: Zur Verdeutlichung einer zeitinvarianten Impulsantwort mit Echos. (Anmerkung: Hier ist nur der Betrag der i.a. komplexwertigen Impulsantwort dargestellt)

Ändern sich die Multiplikatoren mit der Zeit, so ist auch die Impulsantwort zeitvariant:

$$(1.29) \quad h(\tau, t) = \sum_{m=1}^M z_m(t) \cdot \delta(\tau - \tau_m).$$

Die beiden Variablen sind hierbei die Verzögerungszeit τ und die absolute Zeit t (bezogen auf die Empfängerseite). Eine solche, durch zwei Zeitvariable charakterisierte Impulsantwort ist in Bild 1.10 skizziert. Bezüglich t handelt es sich stets um eine zeitdiskrete Darstellung.

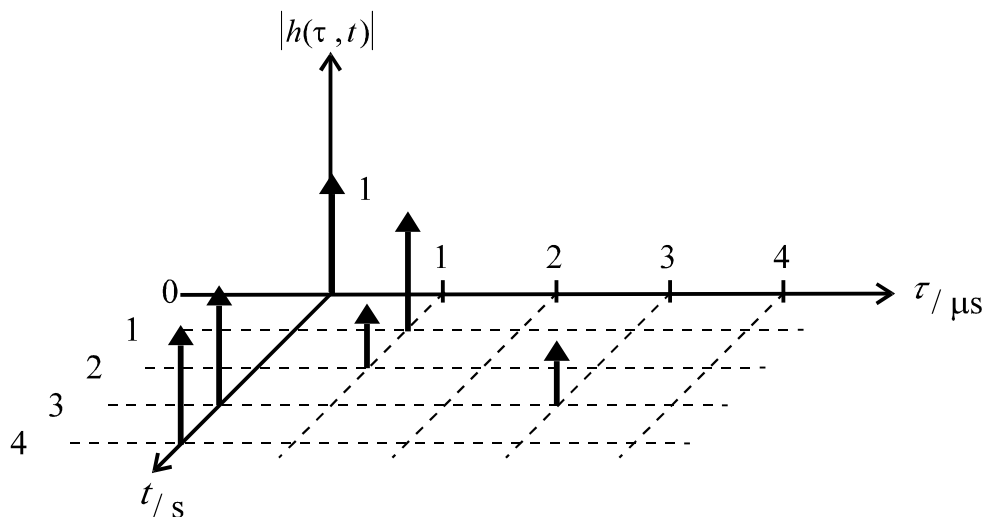


Bild 1.10: Zeitvariante, zeitdiskrete Impulsantwort in τ - t -Darstellung.

In Bild 1.10 erkennt man zuerst bei $t = 0$ s den Diracpuls bei $\tau = 0 \mu\text{s}$ mit Höhe 1; dies ist die ungestörte Impulsantwort ohne Verzerrungen und ohne Dämpfung. Nach einer Sekunde ($t = 1$ s) gibt es bereits eine andere Impulsantwort; sie ist ebenfalls nicht gedämpft, sondern erfährt ledig-

lich eine Zeitverzögerung; der Dirac wird hier erst nach $\tau = 1 \mu\text{s}$ empfangen. Eine Sekunde später wird der verzögerte Dirac zudem noch um 6 dB gedämpft, wodurch er nur noch halb so groß ist. An der Stelle $t = 3\text{s}$ kommt die Impulsantwort wieder bei $\tau = 0 \mu\text{s}$ an, jedoch erfährt sie ein weiteres Echo, welches nach $\tau = 3 \mu\text{s}$ um 6 dB gedämpft empfangen wird. Dies bedingt Impulsinterferenzen. Zum Zeitpunkt $t = 4\text{s}$ kommt das Signal am Empfänger wieder unverfälscht an.

In diesem, für den Mobilfunk gültigen Fall wird das gleiche Sendesignal $s(t)$ unterschiedliche Empfangssignale zur Folge haben, wenn es zu unterschiedlichen Zeitpunkten gesendet wird. Anzumerken ist, daß bei einem Mobilfunkkanal die Verzögerungszeiten im Mikrosekundenbereich liegen, während sich gravierende Veränderungen der Impulsantwort (gekennzeichnet durch den Parameter t) erst nach einigen Millisekunden ergeben.

Fest sind im Modell nach Bild 1.8 die M vorgegebenen Verzögerungszeiten τ_m . Dies entspricht sicher dann nicht der Realität, wenn die Funkverbindung aufgrund der sich bewegenden Mobilstation in einer sich ändernden Umgebung verläuft. Das Modell nach Bild 1.8 muß dann dahingehend modifiziert werden, daß die Anzahl M der Hauptpfade sehr viel größer gewählt wird, und die Verzögerungszeiten der einzelnen Pfade als Vielfache einer Grundverzögerung $\Delta\tau$ eingestellt werden: $\tau_m = m \cdot \Delta\tau$. Bild 1.11 zeigt das entsprechende Modell.

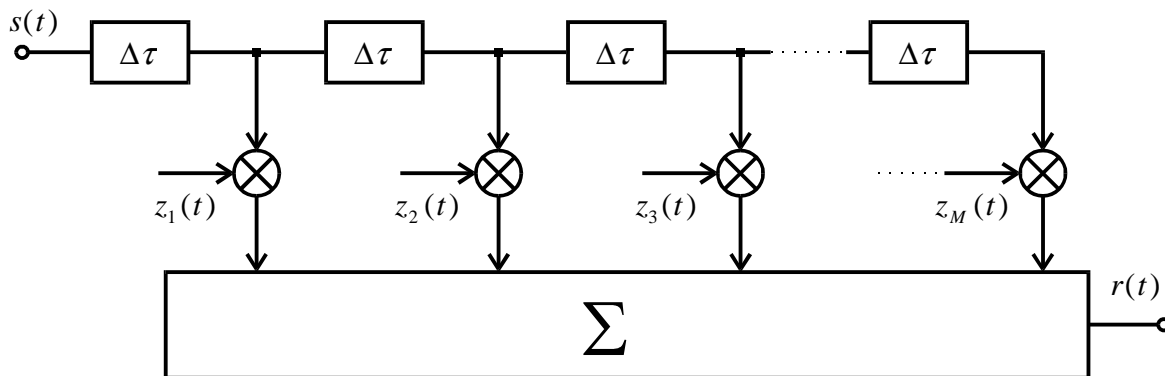


Bild 1.11: Äquivalentes Modell des Mobilfunkkanals zu Bild 1.8.

Die inkrementelle (minimal auflösbare) Verzögerungszeit $\Delta\tau$ ist entsprechend der Bandbreite B des Sendesignals (physikalische Bandbreite des Bandpaßsignals bzw. mathematische Bandbreite des äquivalenten Tiefpaßsignals) einzustellen. Somit ist die *Zeitauflösung* des Modells gleich

$$(1.30) \quad \Delta\tau = \frac{1}{B}.$$

Die Maximalverzögerung des durch dieses Modell gekennzeichneten Kanals läßt sich mit der im Abschnitt 1.4.2 definierten Kohärenzbandbreite abschätzen:

$$(1.31) \quad \tau_M = M \cdot \Delta\tau = \frac{1}{B_K}.$$

Somit ist auch die Anzahl der zu berücksichtigenden Pfade aus der Signal- und der Kohärenzbandbreite berechenbar:

$$(1.32) \quad M = \frac{\tau_M}{\Delta\tau} = \frac{B}{B_K}.$$

Auch in diesem Fall werden zu einem festen Zeitpunkt meist nicht mehr als ca. 5 Pfade einen entscheidenden Beitrag zur Impulsantwort liefern, doch können sich zeitvariant auch die relevanten Laufzeiten τ_m ändern.

1.2.3 Zeitvariante Pfadgewichte

Betrachten wir nun die komplexen Faktoren des Mobilfunkkanalmodells entsprechend (1.25). Der Betrag $|z_m(t)|$ des den m -ten Pfad charakterisierenden Gewichtungsfaktors wird im wesentlichen durch die Dämpfung auf diesem Hauptpfad bestimmt. Desweiteren muß dieser Faktor auch den Einfluß des Dopplereffektes, der durch die Bewegung der Mobilstation hervorgerufen wird, sowie die kleinen Dämpfungs- und Laufzeitunterschiede der einzelnen, dem M -ten Hauptpfad zugeordneten Nebenpfade berücksichtigen. Im allgemeinen kann davon ausgegangen werden, daß die Beiträge der einzelnen Nebenpfade statistisch voneinander unabhängig sind. Nach dem zentralen Grenzwertsatz können deshalb die M Faktoren des Kanalmodells von Bild 1.8 durch komplexe Gaußsche Zufallsprozesse modelliert werden.

Sowohl Real- als auch Imaginärteil des m -ten Pfadgewichtes

$$(1.33) \quad z_m(t) = x_m(t) + j \cdot y_m(t)$$

sind somit ebenfalls gaußverteilte Zufallsgrößen. Im Normalfall, d.h. wenn nicht eine Richtung (z.B. durch Spiegelreflexionen) bevorzugt wird, können diese beiden (reellen) Gaußprozesse als statistisch unabhängig voneinander angenommen werden.

Das Kanalmodell von Bild 1.8 mit M Hauptpfaden wird somit durch M Verzögerungen und $2M$ reelle Gaußprozesse charakterisiert, die alle untereinander unkorreliert sind. Im allgemeinen Fall, wenn alle $2M$ (reellen) Gaußprozesse unterschiedliche Parameter (*Mittelwert, Streuung*) besitzen, ist die Gesamtanzahl der freien Modellparameter gleich $5M+1$. Diese sind im einzelnen

- die Verzögerungszeiten τ_1, \dots, τ_M ,
- die Mittelwerte $m_{x_1}, m_{y_1}, \dots, m_{x_M}, m_{y_M}$,
- die Streuungen $\sigma_{x_1}, \sigma_{y_1}, \dots, \sigma_{x_M}, \sigma_{y_M}$,
- die maximale Dopplerfrequenz $f_{D,\max}$.

Der sogenannte *Dopplereffekt* beschreibt die Frequenzabweichung f_D gegenüber der Trägerfrequenz f_T aufgrund eines sich bewegenden Senders oder Empfängers. Im Modell bestimmt die maximale Dopplerfrequenz die inneren statistischen Bindungen der einzelnen Gaußprozesse; $f_{D,\max}$ kann aus der Wellenlänge λ (bzw. der Trägerfrequenz f_T und der Lichtgeschwindigkeit c) sowie der Fahrzeuggeschwindigkeit v berechnet werden:

$$(1.34) \quad f_{D,\max} = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{c} \cdot f_T$$

Auf diesen Sachverhalt wird im Abschnitt 1.3.3 nochmals eingegangen.

Als Beispiel ergibt sich für das GSM-Netz (D1 bzw. D2) mit einer Trägerfrequenz von $f_T = 900$ MHz und einer Fahrzeuggeschwindigkeit von $v = 120$ km/h eine maximale Dopplerfrequenz von $f_{D,\max} = 100$ Hz. Bei doppelter Geschwindigkeit erhält man auch für die maximale Dopplerfrequenz den doppelten Wert: $f_{D,\max} = 200$ Hz.

Beim E-Netz (mit $f_T = 1800$ MHz) beträgt dagegen bereits bei $v = 120$ km/h die maximale Dopplerfrequenz $f_{D,\max} = 200$ Hz.

1.3 Modellierung des nichtfrequenzselektiven Fadings

Das allgemeine Modell gemäß Bild 1.8 beinhaltet als einfachsten Sonderfall auch einen zwar zeitvarianten, aber nicht frequenzselektiven Mobilfunkkanal. Dieses als „Flat Fading“ bezeichnete Übertragungsverhalten und dessen Modellierung werden in diesem Abschnitt beschrieben.

1.3.1 Modifizierung des allgemeinen Modells

Impulsinterferenzen verbunden mit unterschiedlichen Übertragungseigenschaften bei verschiedenen Frequenzen (*„frequenzselektives Fading“*) entstehen aufgrund der unterschiedlichen Laufzeiten auf den M Pfaden des Übertragungsweges (vgl. Bild 1.10 und Abschnitt 1.4.1). Ist nur ein Hauptpfad vorhanden, so gilt für das Empfangssignal (wieder ohne Berücksichtigung des additiven Rauschanteils):

$$(1.35) \quad r(t) = z_1(t) \cdot s(t - \tau_1) .$$

In diesem Fall bewirkt das Verzögerungsglied nur eine für alle Frequenzen konstante Laufzeit, jedoch keine Verzerrungen. Zur Vereinfachung der Darstellung wird im folgenden diese Signalverzögerung nicht weiter berücksichtigt und auf den Index "1" verzichtet. Somit gilt im gesamten Abschnitt 1.3 der Zusammenhang:

$$(1.36) \quad r(t) = z(t) \cdot s(t) .$$

Die durch Gleichung (1.29) definierte zeitvariable Impulsantwort vereinfacht sich hier zu

$$(1.37) \quad h(\tau, t) = z(t) \cdot \delta(\tau) .$$

Die Fouriertransformation von (1.37) hinsichtlich der Verzögerung führt zu einer für alle Frequenzen konstanten, jedoch zeitlich veränderlichen Spektralfunktion:

$$(1.38) \quad H(f, t) = H(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau, t) \cdot e^{-j2\pi f\tau} d\tau = z(t) .$$

Während bei einem zeitinvarianten System die zweidimensionale Übertragungsfunktion zeitunabhängig $H(f, t) = H(f)$ ist, ist bei Flat Fading diese Funktion unabhängig von der Frequenz.

Entsprechend Abschnitt 1.2 ist $z(t) = x(t) + j \cdot y(t)$ ein komplexer Gaußscher Zufallsprozeß, so daß die (äquivalente Basisband-) Impulsantwort nach (1.37) komplexwertig ist. $H(t)$ erfüllt somit nicht die für reelle Signale gültigen Symmetrieeigenschaften. Unter Berücksichtigung obiger Anmerkungen kann man das Modell von Bild 1.8 in das Modell nach Bild 1.12 umzeichnen.

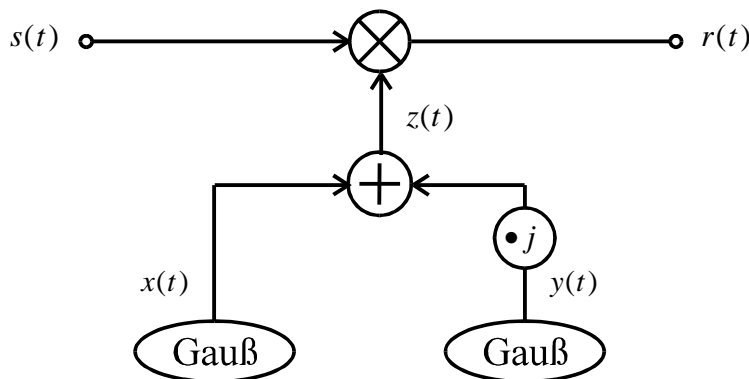


Bild 1.12: Modell zur Beschreibung des nichtfrequenzselektiven Fadings.

1.3.2 Rayleigh-Fading

Die statistischen Eigenschaften des nichtfrequenzselektiven Fadings werden allein durch die beiden Gaußprozesse $x(t)$ und $y(t)$ bestimmt. Sind beide mittelwertfrei und besitzen sie jeweils die gleiche Streuung σ , so lauten die beiden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen:

$$(1.39) \quad f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}},$$

$$(1.40) \quad f_y(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}}.$$

Falls zwischen den beiden mittelwertfreien Prozessen $x(t)$ und $y(t)$ keine statistischen Bindungen bestehen, und deshalb für den Erwartungswert des Produkts $E[x(t) \cdot y(t)] = 0$ gilt, kann für die zweidimensionale WDF des komplexen Gaußprozesses $z(t) = x(t) + j \cdot y(t)$ geschrieben werden:

$$(1.41) \quad f_{x,y}(x, y) = f_x(x) \cdot f_y(y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \cdot e^{-\frac{(x^2+y^2)}{2\sigma^2}}.$$

Diese ist somit rotationssymmetrisch um den Mittelwert 0.

Damit ist offensichtlich, daß die Phase ϑ_z des komplexen Prozesses $z(t) = |z(t)| \cdot e^{j\vartheta_z(t)}$ alle Winkel mit gleicher Wahrscheinlichkeit annehmen kann. Daraus folgt:

$$(1.42) \quad f_{\vartheta_z}(\vartheta_z) = \frac{1}{2\pi} \text{ für } -\pi \leq \vartheta_z \leq \pi.$$

Dagegen lautet die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Betrags $|z(t)|$:

$$(1.43) \quad f_{|z|}(|z(t)|) = \frac{|z(t)|}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{|z(t)|^2}{2\sigma^2}}.$$

Eine Zufallsgröße mit dieser Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion bezeichnet man in der Statistik allgemein als rayleighverteilt, woraus der Name *Rayleigh-Fading* abgeleitet ist. Es soll nochmals hervorgehoben werden, daß bei Rayleigh-Fading nur der Betrag des zeitabhängigen (frequenzunabhängigen) Faktors $z(t)$ rayleighverteilt ist. Die Phase ist gleichverteilt und Real- und Imaginärteil sind jeweils gaußverteilt.

Aufgrund der Betragsbildung besitzt der Zufallsprozeß $|z(t)|$ einen Mittelwert (vgl. [12]):

$$(1.44) \quad m_{|z|} = \overline{|z(t)|} = \sigma \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}}.$$

Der quadratische Mittelwert ist aus den Streuungen der Prozesse $x(t)$ bzw. $y(t)$ berechenbar. Da $x(t)$ und $y(t)$ vereinbarungsgemäß unkorreliert sind, gilt:

$$(1.45) \quad m_{2|z|} = \overline{|z(t)|^2} = \overline{x(t)^2} + \overline{y(t)^2} = 2 \cdot \sigma^2,$$

Mit dem Satz von Steiner kann aus (1.44) und (1.45) die Streuung des Betrags ermittelt werden:

$$(1.46) \quad \sigma_{|z|} = \sigma \cdot \sqrt{2 - \frac{\pi}{2}}.$$

Weiterhin ist auch die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Betragsquadrates von Interesse, da diese für die Fehlerwahrscheinlichkeitsberechnung eines Mobilfunksystems unter der Voraussetzung des Rayleigh-Fadings benötigt wird. Mit der Abkürzung $\gamma = |z(t)|^2$ gilt hierfür:

$$(1.47) \quad f_\gamma(\gamma) = \frac{1}{2\sigma^2} \cdot e^{-\frac{\gamma}{2\sigma^2}}.$$

Dies bedeutet, daß die Zufallsgröße „Betragsquadrat“ exponentialverteilt ist.

Die inneren statistischen Bindungen des Zufallsprozesses $z(t)$, die im nachfolgenden Abschnitt 1.3.3 näher betrachtet werden, sind durch einen Parameter, nämlich durch die maximale Dopplerfrequenz festgelegt. Somit ist das nichtfrequenzselektive Rayleigh-Fading durch nur 2 Parameter beschreibbar, nämlich durch

- die als gleich angenommene Streuung σ der beiden (unkorrelierten) Gaußprozesse,
- die maximale Dopplerfrequenz $f_{D,\max}$, deren Bedeutung nachfolgend diskutiert wird.

1.3.3 Einfluß des Dopplereffekts

Zur Beschreibung der inneren statistischen Bindungen zwischen zwei Empfangssignalwerten $r(t)$ und $r(t+\Delta t)$ betrachten wir die Autokorrelationsfunktion (AKF)

$$(1.48) \quad \varphi_r(\Delta t) = \frac{1}{2} \text{E}[r(t) \cdot r^*(t + \Delta t)].$$

Diese Definition berücksichtigt durch den Faktor 1/2, daß $r(t)$ komplexwertig ist und somit das äquivalente Basisbandsignal beschreibt. Die AKF $\varphi_r(\Delta t)$ bezieht sich auf das zu $r(t)$ zugehörige Bandpaßsignal $r_{\text{BP}}(t)$; insbesondere bezeichnet $\varphi_r(\Delta t = 0)$ dessen Leistung. Entgegen der sonst üblichen Bezeichnung τ für das Argument der AKF wird hier Δt verwendet, um eine Verwechslung mit der Verzögerungszeit zu vermeiden.

Mit (1.36) kann obige Gleichung in folgende Form gebracht werden:

$$(1.49) \quad \varphi_r(\Delta t) = \frac{1}{2} \text{E}[z(t) \cdot s(t) \cdot z^*(t + \Delta t) \cdot s^*(t + \Delta t)] = \varphi_s(\Delta t) \cdot \varphi_z(\Delta t)$$

mit der AKF des Sendesignals,

$$(1.50) \quad \varphi_s(\Delta t) = \frac{1}{2} \text{E}[s(t) \cdot s^*(t + \Delta t)],$$

und der AKF des Gewichtungsfaktors $z(t)$,

$$(1.51) \quad \varphi_z(\Delta t) = \text{E}[z(t) \cdot z^*(t + \Delta t)].$$

Bei letzterer Autokorrelationsfunktion ist der Faktor 1/2 nicht erlaubt, was z.B. aus einem Vergleich der Gln. (1.48) und (1.51) deutlich hervorgeht. Ein ähnlicher Sachverhalt wurde bereits in Abschnitt 1.1.2 verwendet, indem bei der äquivalenten Tiefpaßdarstellung eines Bandpaßspektrums der Faktor 2 zu berücksichtigen ist, nicht jedoch bei der äquivalenten Tiefpaßdarstellung einer Übertragungsfunktion (siehe hierzu die Gleichungen (1.8) und (1.9)).

Ist das (äquivalente Tiefpaß-)Sendesignal - und damit auch dessen AKF - konstant, so ist die AKF des Empfangssignals formgleich mit der AKF des den Mobilfunkkanal beschreibenden Faktors $z(t)$. Im anderen Fall können die Autokorrelationsfunktionen miteinander multipliziert werden, da vorausgesetzt werden kann, daß $s(t)$ und $z(t)$ statistisch voneinander unabhängig sind.

Mit $z(t) = x(t) + j \cdot y(t)$ kann man Gleichung (1.51) wie folgt umformen:

$$(1.52) \quad \begin{aligned} \varphi_z(\Delta t) &= E[(x(t) + jy(t)) \cdot (x(t + \Delta t) - jy(t + \Delta t))] = \\ &= E[x(t) \cdot x(t + \Delta t)] + E[y(t) \cdot y(t + \Delta t)] \\ &\quad - j \cdot E[x(t) \cdot y(t + \Delta t)] + j \cdot E[x(t + \Delta t) \cdot y(t)]. \end{aligned}$$

Aufgrund der vorausgesetzten statistischen Unabhängigkeit zwischen Real- und Imaginärteil des komplexen mittelwertfreien Gaußprozesses $z(t)$ verschwinden die beiden Kreuzkorrelationsfunktionen, und man erhält die reelle Funktion

$$(1.53) \quad \varphi_z(\Delta t) = \varphi_x(\Delta t) + \varphi_y(\Delta t).$$

Da $x(t)$ und $y(t)$ genau die gleichen statistischen Eigenschaften aufweisen, ist die Autokorrelationsfunktion von $z(t)$ formgleich mit denen von Real- und Imaginärteil. Daraus folgt, daß man nur einen der beiden reellen Gaußprozesse hinsichtlich seiner inneren statistischen Bindungen betrachten muß. Im folgenden sei das der Realteil $x(t)$. Die AKF des komplexen Prozesses $z(t)$ ist dann doppelt so groß wie die Autokorrelationsfunktion von $x(t)$.

Die AKF hängt stark vom Antennentyp ab. Als ein typischer Anwendungsfall wird eine vertikale Monopulsantenne im isotrop gestreuten Feld betrachtet, für die nach Clarke gilt (vgl. [4]):

$$(1.54) \quad \varphi_x(\Delta t) = \varphi_y(\Delta t) = \sigma^2 \cdot J_0(2\pi \cdot f_{D,\max} \cdot \Delta t).$$

In dieser Gleichung bedeutet J_0 die Besselfunktion nullter Ordnung,

$$(1.55) \quad J_0(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{ju \cdot \sin x} dx = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{-1^k}{k! \cdot \Gamma(k+1)} \cdot \left(\frac{u}{2}\right)^{2k},$$

das Argument ist proportional zur maximalen Dopplerfrequenz $f_{D,\max}$. Diese kann mit Gl. (1.34) aus der Fahrzeuggeschwindigkeit v und der Wellenlänge λ berechnet werden. Beispielsweise ergibt sich bei der Trägerfrequenz von 900 MHz (z.B. GSM/D-Band) und einer Fahrzeuggeschwindigkeit von 60 km/h die maximale Dopplerfrequenz $f_{D,\max} = 50$ Hz.

Aus den Gleichungen (1.54) und (1.55) folgt schließlich für die AKF von $z(t)$:

$$(1.56) \quad \varphi_z(\Delta t) = 2\sigma^2 \cdot J_0(2\pi \cdot f_{D,\max} \cdot \Delta t).$$

Das Leistungsdichtespektrum (LDS) ist gleich der Fouriertransformierten der AKF. Bezüglich des Realteils $x(t)$ ergibt sich somit nach dieser allgemeingültigen Beziehung:

$$(1.57) \quad \Phi_x(f_D) = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_x(\Delta t) \cdot e^{-j2\pi f_D \Delta t} d(\Delta t).$$

Aufgrund von Gleichung (1.53) gelten weiterhin die folgenden Beziehungen:

$$(1.58) \quad \Phi_y(f_D) = \Phi_x(f_D),$$

$$(1.59) \quad \Phi_z(f_D) = 2 \cdot \Phi_x(f_D).$$

Im betrachteten Beispiel, d.h. für die AKF nach (1.54), erhält man das sog. *Jakes-Spektrum*:

$$(1.60) \quad \Phi_x(f_D) = \frac{\sigma^2}{\pi \cdot f_{D,\max}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{f_D^2}{f_{D,\max}^2}}} \quad \text{für } |f_D| < f_{D,\max},$$

$$0 \quad \text{sonst .}$$

Dieser Verlauf ist in Bild 1.13 dargestellt; er wird jargonmäßig oft als "Badewannenkurve" bezeichnet.

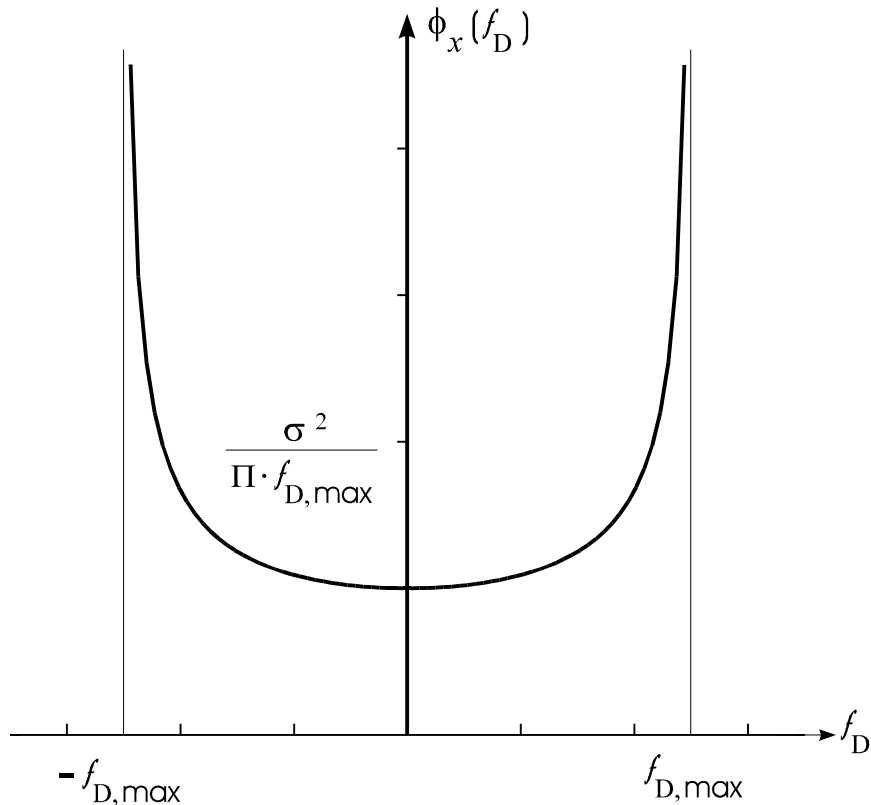


Bild 1.13: Leistungsdichtespektrum des Realteils $x(t)$ bzw. des Imaginärteils $y(t)$.
Das LDS des komplexen Faktor $z(t)$ ist formgleich, aber doppelt so groß.

Bei der Simulation des Rayleigh-Fadings muß dieses Leistungsdichtespektrum für beide Komponenten berücksichtigt werden. Jeweils ausgehend von einem Gaußprozeß mit statistisch unabhängigen Abtastwerten („weißem Rauschen“) erzeugt man die statistischen Bindungen durch je ein digitales Filter (entweder mit FIR- oder IIR-Struktur), dessen Amplitudengang formgleich mit der Quadratwurzel des Leistungsdichtespektrums von Bild 1.13 ist. Es gilt im entsprechenden Frequenzbereich $|f| < f_{D,max}$:

$$(1.61) \quad H_{DF}(f_D) = K \cdot \left[1 - \left(\frac{f_D}{f_{D,max}} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{4}}.$$

Die Konstante K , die den Wert des Frequenzgangs an der Stelle $f_D = 0$ angibt, ergibt sich aus der Bedingung, daß die Streuung des Gaußprozesses durch das Filter nicht verändert werden soll. Bei einem nichtrekursiven Filter bedeutet diese Bedingung, daß die Wurzel der Summe der Quadrate über alle M Filterkoeffizienten den Wert 1 ergibt.

Abschließend ist anzumerken, daß der in Bild 1.13 dargestellte exakte Frequenzverlauf mit dem plötzlichen Abbruch bei der maximalen Dopplerfrequenz $f_{D,max}$ durch ein digitales Filter nicht exakt nachgebildet werden kann. Die Approximation dieses Frequenzgangs wird stets das Jakes-Leistungsdichtespektrum gemäß Bild 1.13 mehr oder weniger stark verfälschen.

1.3.4 Rice-Fading

Die Rayleighverteilung (siehe Abschnitt 1.3.2) beschreibt den Mobilfunkkanal unter der Annahme, daß kein direkter Pfad vorhanden ist und sich somit der Gewichtungsfaktor $z(t)$ nur aus diffus gestreuten Komponenten zusammensetzt. Bei Vorhandensein einer Direktkomponente (oder einer einfach gespiegelten Komponente) in Real- und/oder Imaginärteil sind die mittelwertfreien Gaußprozesse durch mittelwertbehaftete zu ersetzen oder es müssen - was zum gleichen Ergebnis führt - zu den mittelwertfreien Prozessen $x(t)$ und $y(t)$ jeweils Gleichkomponenten hinzugefügt werden:

$$x(t) \Rightarrow x(t) + m_x, \quad y(t) \Rightarrow y(t) + m_y$$

Der Zufallsprozeß weist dann eine Vorzugsrichtung auf, d.h. die Gleichverteilung für den Phasenwinkel entsprechend Gleichung (1.42) ist nun nicht mehr zutreffend. Der Betrag

$$(1.62) \quad |z(t)| = \sqrt{(x(t) + m_x)^2 + (y(t) + m_y)^2}$$

ist in diesem Fall auch nicht mehr rayleighverteilt, sondern folgt der *Riceverteilung*:

$$(1.63) \quad f_{|z|}(|z|) = \frac{|z|}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{|z|^2 + |m_z|^2}{2\sigma^2}} \cdot I_0\left(\frac{|z| \cdot |m_z|}{\sigma^2}\right).$$

Hierbei sind wieder gleiche Streuungen der reellen Gaußprozesse $x(t)$ und $y(t)$ vorausgesetzt. $I_0()$ ist die modifizierte Besselfunktion nullter Ordnung:

$$(1.64) \quad I_0(u) = J_0(j \cdot u) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k! \Gamma(k+1)} \cdot \left(\frac{u}{2}\right)^{2k}.$$

Diese unterscheidet sich von der allgemeinen Besselfunktion J_0 gemäß (1.55) durch den Wegfall des alternierenden Vorzeichens in der Summe.

In (1.63) ist $|m_z| = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}$ der Betrag der Direktkomponente. Je größer das Verhältnis

$$(1.65) \quad \xi = \frac{|m_z|^2}{2\sigma^2}$$

von Direkt- und Streukomponente ist, desto besser ist der Mobilfunkkanal für die Digitalsignalübertragung geeignet. Geht dagegen der Betrag der Direktkomponente gegen 0, so geht die Riceverteilung (1.63) aufgrund der Beziehung $\lim_{u \rightarrow 0} I_0(u) = 1$ in die Rayleighverteilung (1.43) über.

Wie in Abschnitt (1.3.2) für die Rayleighverteilung bereits erwähnt wurde, wird (natürlich erst bei Vorhandensein von Rauschstörungen) die Fehlerwahrscheinlichkeit durch die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Betragsquadrats von $z(t)$ bestimmt. Für diese gilt nach [4] mit der Abkürzung $\gamma = |z|^2$ und dem Faktor ξ gemäß (1.65):

$$(1.66) \quad f_\gamma(\gamma) = \frac{1}{2\sigma^2 + |m_z|^2} (1 + \xi) \cdot e^{-\left(\xi + (1+\xi) \frac{\gamma}{2\sigma^2 + |m_z|^2}\right)} \cdot I_0\left(2 \sqrt{\xi \cdot (1 + \xi) \cdot \frac{\gamma}{2\sigma^2 + |m_z|^2}}\right).$$

Betrachten wir nun noch die AKF. Zur Vereinfachung der Gleichungen nehmen wir ohne Einschränkung der Allgemeingültigkeit an, daß die Gleichkomponente m_z reell sei und sich somit zum Gaußprozeß $x(t)$ addiert. Anstelle von (1.53) erhält man nun folgenden Ausdruck:

$$(1.67) \quad \varphi_z(\Delta t) = E[(x(t) + m_z + j \cdot y(t)) \cdot (x(t + \Delta t) + m_z - j \cdot y(t + \Delta t))]$$

Berücksichtigt man weiter, daß $x(t)$ und $y(t)$ nach dieser Beschreibung als mittelwertfrei zu betrachten sind, so erhält man

$$(1.68) \quad \varphi_z(\Delta t) = \varphi_x(\Delta t) + \varphi_y(\Delta t) + |m_z|^2.$$

Aus diesem Grund beinhaltet das Doppler-Leistungsdichtespektrum neben dem kontinuierlichen Jakes-Anteil („Badewannenkurve“) auch eine Diracfunktion an der Stelle $f_D = 0$:

$$(1.69) \quad \Phi_z(f_D) = \Phi_x(f_D) + \Phi_y(f_D) + |m_z|^2 \cdot \delta(f_D).$$

1.3.5 Lognormal-Fading

Betrachten wir nochmals das Modell des Rayleigh-Fadings nach Bild 1.12 und Abschnitt 1.3.2, und zwar in einer etwas detaillierteren Darstellung. Aus den beiden diskreten Gaußprozessen mit statistisch unabhängigen Abtastwerten werden mit Hilfe der beiden digitalen Filter die "farbigen" Gaußprozesse $x(t)$ und $y(t)$ abgeleitet, die Real- und Imaginärteil der zeitvarianten nichtfrequenz-selektiven komplexen multiplikativen Fadinggröße $z(t)$ darstellen.

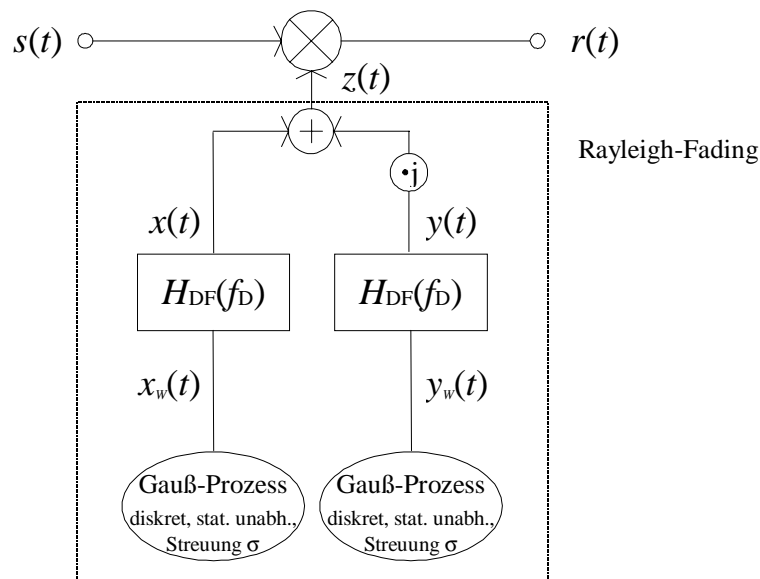


Bild 1.14: Modell für das Rayleigh-Fading

Der gestrichelt eingezeichnete Block "Rayleigh-Fading" wird durch zwei Parameter vollständig beschrieben, nämlich durch die Doppler-Frequenz $f_{D,\max}$ (die die beiden Digitalfilter bestimmt) sowie durch die Streuung σ der weißen Gaußprozesse, die für Real- und Imaginärteil gleich sind.

Die beiden (gleich aufgebauten) Digitalfilter werden nach (1.61) so dimensioniert, daß die Leistungen (quadratische Mittelwerte) der Gaußprozesse von diesen nicht beeinflusst werden:

$$(1.70) \quad E[x(t)^2] = E[x_w(t)^2] = \sigma^2,$$

$$(1.71) \quad E[y(t)^2] = E[y_w(t)^2] = \sigma^2.$$

Der quadratische Mittelwert des Prozesses $z(t)$ ist somit doppelt so groß:

$$(1.72) \quad \mathbb{E}[z(t)^2] = \mathbb{E}[|z(t)|^2] = 2\sigma^2.$$

Dieses Ergebnis folgt auch aus (1.53) für $\Delta t = 0$, da die AKF an der Stelle 0 die Leistung angibt.

Im folgenden bezeichnen wir den komplexen Gaußprozeß $z(t)$ nach Bild 1.14 als *normiertes Rayleigh-Fading*, wenn der quadratische Mittelwert nach (1.72) gleich 1 ist:

$$(1.73) \quad \mathbb{E}[|z(t)|^2] = 1 \Rightarrow \sigma = \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

In diesem Fall ist die Leistung des komplexen Ausgangssignals $r(t)$ gleich der Leistung des komplexen Eingangssignals $s(t)$. Aus Gl. (1.49) folgt mit $\Delta t = 0$:

$$(1.74) \quad \frac{1}{2} \mathbb{E}[|r(t)|^2] = \frac{1}{2} \mathbb{E}[|z(t) \cdot s(t)|^2] = \mathbb{E}[|z(t)|^2] \cdot \frac{1}{2} \mathbb{E}[|s(t)|^2] = \frac{1}{2} \mathbb{E}[|s(t)|^2].$$

Die Gleichung soll unabhängig vom Digitalfilter und damit auch für alle Werte von $f_{D,\max}$ gelten, insbesondere auch für die maximale Dopplerfrequenz $f_{D,\max} = 0$ (gleichbedeutend mit der Geschwindigkeit $v = 0$, also ruhender Mobilstation). In diesem Sonderfall ist das Digitalfilter unendlich schmal ("diracförmig"), und der multiplikative Faktor konstant:

$$(1.75) \quad x(t) = y(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad |z(t)| = 1.$$

Das Modell nach Bild 1.14 kann dann in folgender Weise umgezeichnet werden.

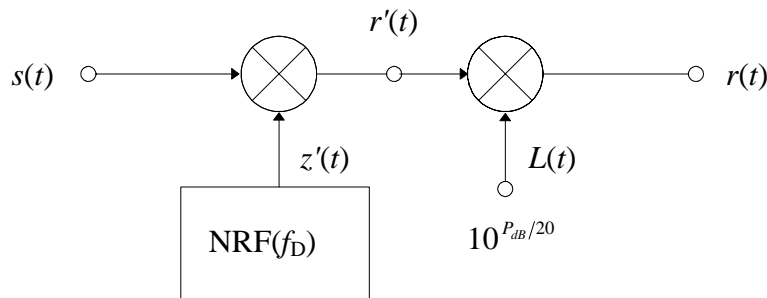


Bild 1.15: Modifiziertes Modell für das Rayleigh-Fading.

$|z'(t)|$ ist weiterhin rayleighverteilt, wobei die statistischen Bindungen des Prozesses durch die maximale Dopplerfrequenz $f_{D,\max}$ festgelegt sind. Der quadratische Erwartungswert von $z'(t)$ ist gleich 1, so daß $r'(t)$ die gleiche Leistung wie $s(t)$ aufweist.

Durch eine zweite multiplikative Größe erfolgt die Pegelanpassung. Hierbei bezeichnet

$$(1.76) \quad P_{\text{dB}} = 10 \cdot \lg \mathbb{E}[|z(t)|^2] = 20 \lg(\mathbb{E}[|z(t)|])$$

den momentanen Leistungspegel von $z(t)$ in dB. Wählt man entsprechend (1.72)

$$(1.77) \quad P_{\text{dB}} = 10 \lg(2 \cdot \sigma^2) = 20 \cdot \lg(\sqrt{2} \cdot \sigma),$$

so ist das Modell von Bild 1.15 identisch mit dem von Bild 1.14.

Im Landmobilfunk ist der durch (1.76) definierte Pegel nicht konstant, sondern ändert sich aufgrund von Abschattungen in einem weiten Bereich. Dieser Effekt wird meist durch das zum Rayleigh-Fading zusätzliche multiplikative *Lognormal-Fading* berücksichtigt.

Hier wird der Signalpegel durch eine Gaußsche WDF mit Mittelwert und Streuung modelliert:

$$(1.78) \quad f_{P_{\text{dB}}}(P_{\text{dB}}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_P} \cdot e^{-\frac{(P_{\text{dB}} - \overline{P_{\text{dB}}})^2}{2\sigma_P^2}}$$

Hierbei sind folgende Bezeichnungen verwendet:

$\overline{P_{\text{dB}}}$: mittlerer Signalpegel (in dB),

σ_P : Streuung des Signalpegels (in dB).

Das Signal $r'(t)$ in Bild 1.15 wird nun aber nicht mit diesem Kurzzeitpegel multipliziert, sondern mit der daraus ableitbaren Größe $10^{P_{\text{dB}}/20}$.

Der Logarithmus dieser Größe ist somit normalverteilt (gaußverteilt). Hieraus wurde die Bezeichnung "Lognormal-Fading" abgeleitet. Der Mittelwert in der Gauß-WDF (1.78) ist der Langzeitpegel, um den der Kurzzeitpegel im 10 bis 100 Meter-Bereich streut. Zur Modellierung eines Stadtgebietes hat die Streuung von (1.78) typische Werte zwischen 6 und 12 dB.

Der zeitvariante komplexe multiplikative Faktor, mit dem das Eingangssignal $s(t)$ gewichtet wird, ist somit

$$(1.79) \quad z(t) = z'(t) \cdot L(t) .$$

Ist kein Rayleighfading vorhanden, so ist $z(t)$ rein reell und für die WDF des lognormalverteilten Fadings erhält man (vgl. Vorbereitungsfrage V4):

$$(1.80) \quad f_L(L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma_P \cdot \ln(10) \cdot L/20} \cdot e^{-\frac{(20 \lg(L) - \overline{P_{\text{dB}}})^2}{2\sigma_P^2}} .$$

Zur Anpassung des Lognormal-Fadings an die Änderungen des Pegels, der entsprechend der Umgebung sehr viel langsamer erfolgt als das Rayleigh-Fading, verwendet man am besten ein sehr schmalbandiges rekursives Digitalfilter.

1.4 Modellierung des frequenzselektiven Fadings

Zur Beschreibung des frequenzselektiven Fadings muß vom allgemeinen Modell nach Bild 1.8 ausgegangen werden, wobei mindestens zwei Pfade zu berücksichtigen sind.

1.4.1 Frequenzselektivität

Zunächst wird vorausgesetzt, daß die multiplikativen Gewichtungsfaktoren zeitinvariant seien. In diesem Fall genügt es, die nur von der Verzögerungszeit τ abhängige Impulsantwort $h(\tau, t) = h(\tau)$ gemäß (1.28) zu betrachten. Für $M = 3$ ist eine solche Impulsantwort in Bild 1.9 dargestellt.

Transformiert man $h(\tau, t)$ bezüglich der Verzögerungszeit τ , so gelangt man allgemein zur zeitvarianten Übertragungsfunktion $H(f, t)$. Da diese jedoch im Sonderfall konstanter Gewichtungsfaktoren zeitinvariant ist, wird hier der Zeit-Frequenz-Zusammenhang wie folgt bezeichnet:

$$(1.81) \quad H(f) = H(f, t = \text{const.}) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot e^{-j2\pi f \tau} d\tau.$$

Es gilt hier also wieder die herkömmliche Fouriertransformation mit der Zeitvariablen τ und der Frequenzvariablen f . Mit der Impulsantwort

$$(1.82) \quad h(\tau) = \sum_{m=1}^M z_m \cdot \delta(\tau - \tau_m)$$

erhält man durch Anwendung des Verschiebungssatzes:

$$(1.83) \quad H(f) = \sum_{m=1}^M z_m \cdot e^{-j2\pi f \tau_m}.$$

Während man in der Zeitbereichsdarstellung (1.82) die Impulsinterferenzen (Echos) direkt ablesen kann, erkennt man am periodischen Frequenzgang $H(f)$ die Frequenzselektivität. Dies soll an einem einfachen Beispiel deutlich gemacht werden.

Beispiel: Betrachtet wird ein Zweivegekanalmodell ($M = 2$) mit zeitinvarianten Koeffizienten $\tau_1 = 0: z_1 = 1; \tau_2 = 4\mu\text{s}: z_2 = 0.5$. Mit (1.83) erhält man somit für den Frequenzgang:

$$H(f) = 1 + z_2 \cdot e^{-j2\pi f \tau_2} = 1 + 0.5 \cdot \cos(2\pi \cdot f \cdot 4\mu\text{s}) - j \cdot 0.5 \cdot \sin(2\pi \cdot f \cdot 4\mu\text{s}).$$

Bei der Frequenz $f = 0$ ergibt sich für den Betrag ein Maximum mit $|H(0)| = 1.5$. Da $|H(f)|$ zwar nicht cosinusförmig, aber immerhin periodisch mit der Frequenzperiode von $1/(4\mu\text{s})$ ist, ergibt sich für Vielfache von 250 kHz der gleiche Wert. In der Mitte zwischen den Maxima liegen jeweils Minima mit $|H(f)| = 0.5$.

Bei komplexen Faktoren ändert sich an der Periodizität des Frequenzgangs nichts. Ist dagegen die Verzögerung des ersten Pfades anstelle von 0 gleich $1\mu\text{s}$, so liegen die Frequenzmaxima und -minima im Abstand von $1/(3\mu\text{s}) = 333 \text{ kHz}$. Die Grundverzögerung von $1\mu\text{s}$ bewirkt keine Impulsinterferenzen und auch keine Frequenzselektivität, sondern nur eine für alle Signalanteile konstante Laufzeit (im Zeitbereich) bzw. eine zusätzliche Phasendrehung (im Spektralbereich). Entscheidend ist also stets der relative zeitliche Unterschied bezüglich der Laufzeiten.

Bei zeitvarianten Koeffizienten ist auch der Frequenzgang zeitabhängig, und es gilt:

$$(1.84) \quad H(f, t) = \sum_{m=1}^M z_m(t) \cdot e^{-j2\pi f \tau_m}.$$

Ist die Zeitabhängigkeit der Gewichtungsfaktoren bekannt, so läßt sich zu jedem Zeitpunkt ein momentaner Frequenzgang angeben. Vorauszusetzen ist dabei allerdings, daß die Änderung der Koeffizienten langsam erfolgt im Vergleich zur maximalen Verzögerungszeit τ_M .

1.4.2 Systemfunktionen zeitvarianter Systeme

Während es bei den zeitinvarianten Systemen mit der Übertragungsfunktion $H(f)$ und der Impulsantwort $h(\tau)$ nur zwei Systemfunktionen gibt, sind bei zeitvarianten Systemen aufgrund der zwei Variablen t und τ insgesamt vier Systemfunktionen möglich. Eine formale Unterscheidung dieser Funktionen hinsichtlich Zeit und Frequenz durch Klein- und Großbuchstaben ist damit nicht mehr möglich.

Deshalb wird an dieser Stelle eine Nomenklaturänderung zur bisherigen Bezeichnung vorgenommen. Dies mag hier willkürlich erscheinen. Sie erweist sich jedoch im Zusammenhang mit den Korrelationsfunktionen in Abschnitt 1.4.3 als sinnvoll.

Bild 1.16 zeigt diese vier Systemfunktionen. Alle Systemfunktionen werden mit „ η “ bezeichnet und zusätzlich mit zwei Indizes versehen entsprechend nachfolgender Zusammenstellung:

$\eta_{VZ}(\tau, t)$:	zeitvariante Impulsantwort
$\eta_{FZ}(f, t)$:	zeitvariante Übertragungsfunktion
$\eta_{VD}(\tau, f_D)$:	Verzögerungs-Dopplerfunktion
$\eta_{FD}(f, f_D)$:	frequenzvariante Übertragungsfunktion

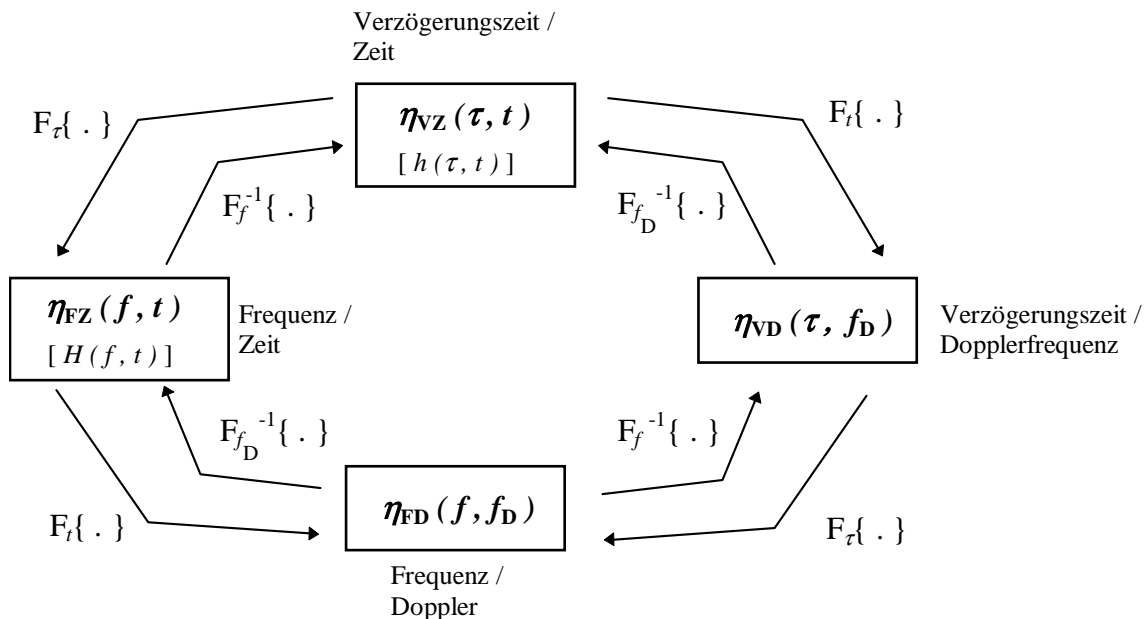


Bild 1.16: Zusammenhang zwischen den Systemfunktionen.

In dieser allgemeinen Nomenklatur gilt beispielsweise für die zeitvariante Impulsantwort:

$$(1.85) \quad h(\tau, t) = \eta_{VZ}(\tau, t),$$

wobei der erste Index für „Verzögerungszeit“ und der zweite für „Zeit“ steht.

Durch Fouriertransformation hinsichtlich τ kommt man zur Frequenz-Zeit-Darstellung

$$(1.86) \quad \eta_{FZ}(f, t) = \mathbf{F}_\tau \{ \eta_{VZ}(\tau, t) \}.$$

Ein Vergleich mit Abschnitt 1.4.1 zeigt, daß $\eta_{FZ}(f, t) = H(f, t)$ die zeitabhängige Übertragungsfunktion darstellt. Während aus der Bezeichnung „ H “ auf eine Frequenzfunktion geschlossen werden konnte, berücksichtigt die neutrale Bezeichnung mit „ η “ und den Indizes „ F “ (Frequenz) und „ Z “ (Zeit) den Sachverhalt der Abhängigkeit von Frequenz und Zeit.

Die Fouriertransformation der zeitvarianten Impulsantwort nach dem zweiten Parameter t ergibt die Verzögerungs-Dopplerfunktion (siehe auch Bild 1.16):

$$(1.87) \quad \eta_{VD}(\tau, f_D) = \mathbf{F}_t \{ \eta_{VZ}(\tau, t) \} = \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_{VZ}(\tau, t) \cdot e^{-j \cdot 2\pi f_D t} dt.$$

Der zweite Parameter (f_D) bezeichnet dabei die *Dopplerfrequenz*. Führt man eine weitere Fouriertransformation hinsichtlich der Verzögerungszeit τ durch, so gelangt man schließlich zum Frequenz-Doppler-Spektrum („frequenzvariante Übertragungsfunktion“):

$$(1.88) \quad \eta_{FD}(f, f_D) = \mathbf{F}_\tau \{ \eta_{VD}(\tau, f_D) \} = \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_{VD}(\tau, f_D) \cdot e^{-j \cdot 2\pi \tau f} d\tau.$$

In gleicher Weise gilt natürlich auch:

$$(1.89) \quad \eta_{FD}(f, f_D) = \mathbf{F}_t \{ \eta_{FZ}(f, t) \} = \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_{FZ}(f, t) \cdot e^{-j \cdot 2\pi f_D t} dt.$$

Die angegebenen Zusammenhänge sind durch die äußeren Pfeile in Bild 1.16 veranschaulicht. Die inneren Pfeile kennzeichnen die Verknüpfungen über die inverse Fouriertransformation.

1.4.3 Korrelationsfunktionen zeitvarianter Systeme

Da die Systemfunktionen statistische Größen sind, ist muß auf Korrelationsfunktionen übergegangen werden. Wir gehen von der gleichen Indizierung wie in Abschnitt 1.4.2 aus, es werden nur die vier Systemfunktionen „ η “ durch entsprechende Korrelationsfunktionen „ φ “ ersetzt.

Autokorrelationsfunktion der zeitvarianten Impulsantwort:

$$(1.90) \quad \varphi_{VZ}(\tau_1, t_1, \tau_2, t_2) = \frac{1}{2} \mathbf{E} \left[\eta_{VZ}(\tau_1, t_1) \cdot \eta_{VZ}^*(\tau_2, t_2) \right] = \frac{1}{2} \mathbf{E} \left[h(\tau_1, t_1) \cdot h^*(\tau_2, t_2) \right].$$

Autokorrelationsfunktion der zeitvarianten Übertragungsfunktion:

$$(1.91) \quad \varphi_{FZ}(f_1, t_1, f_2, t_2) = \frac{1}{2} \mathbf{E} \left[\eta_{FZ}(f_1, t_1) \cdot \eta_{FZ}^*(f_2, t_2) \right] = \frac{1}{2} \mathbf{E} \left[H(f_1, t_1) \cdot H^*(f_2, t_2) \right].$$

Autokorrelationsfunktion der Verzögerungs-Dopplerfunktion:

$$(1.92) \quad \varphi_{VD}(\tau_1, f_{D1}, \tau_2, f_{D2}) = \frac{1}{2} \mathbf{E} \left[\eta_{VD}(\tau_1, f_{D1}) \cdot \eta_{VD}^*(\tau_2, f_{D2}) \right].$$

Autokorrelationsfunktion der frequenzvarianten Übertragungsfunktion:

$$(1.93) \quad \varphi_{FD}(f_1, f_{D1}, f_2, f_{D2}) = \frac{1}{2} \mathbf{E} \left[\eta_{FD}(f_1, f_{D1}) \cdot \eta_{FD}^*(f_2, f_{D2}) \right].$$

An dieser Stelle sei nochmals vermerkt, daß sich bei den Gleichungen (1.90) bis (1.93) die AKF („ φ “) jeweils auf das Bandpaßsignal bezieht (erkennbar am Faktor 1/2), während die dazugehörige Systemfunktion („ η “) die dazugehörige äquivalente Tiefpaßfunktion ist.

1.4.4 GWSSUS-Modell

Die allgemeine Beschreibung zeitvarianter Systeme und ihrer Eigenschaften erweist sich aufgrund nichtstationärer Effekte als sehr kompliziert und es können für praktische Anwendungen kaum relevante Aussagen abgeleitet werden. Vielmehr ist es notwendig, bestimmte Einschränkungen zu treffen, um für den hier speziell interessierenden Mobilfunkkanal ein geeignetes Modell definieren zu können.

Dabei zeigt sich das „*Gaussian Wide Sense Stationary Uncorrelated Scattering*“-Modell, abgekürzt GWSSUS, als passend. Dieses weist folgende Eigenschaften auf (siehe [5]):

1. Der Prozeß der Kanalimpulsantwort wird hier als komplexwertig (da die Beschreibung im äquivalenten Basisbandmodell erfolgt) sowie als mittelwertfrei und gaußisch („*G*“) angenommen. Ein direkter Pfad („*Sichtverbindung*“) sei also nicht vorhanden.
2. Der Prozeß sei schwach stationär, d.h. seine Mittelwerte ändern sich nur wenig mit der Zeit und die AKF der zeitvarianten Impulsantwort hängt hier nicht mehr von den absoluten Zeiten t_1 und t_2 , sondern nur von der Zeitdifferenz $\Delta t = t_2 - t_1$ ab. Man spricht von einem WSS-Prozeß („*Wide Sense Stationary*“).
3. Die einzelnen Echos sind unkorreliert. Diese Eigenschaft bezeichnet man mit US („*Uncorrelated Scattering*“).

a) AKF und LDS der zeitvarianten Impulsantwort

Beim GWSSUS-Modell kann man Gl. (1.90) etwas vereinfachen. Hier kann für die Autokorrelationsfunktion der zeitvarianten Impulsantwort $\eta_{vz}(\tau, t) = h(\tau, t)$ geschrieben werden:

$$(1.94) \quad \varphi_{vz}(\tau_1, t_1, \tau_2, t_2) = \varphi_{vz}(\tau_1, \tau_2, \Delta t).$$

Dies ist möglich, da der Prozeß hier für einen kurzen Zeitraum als im weiten Sinne stationär angenommen wird, d.h. nur von der Zeitdifferenz $\Delta t = t_2 - t_1$ der Beobachtungszeiten abhängig ist. Außerdem wird die Impulsantwort bezüglich der Verzögerungszeiten τ_1 und τ_2 als unkorreliert angenommen (d.h. die einzelnen Echos sind unabhängig voneinander), weswegen weiter geschrieben werden kann:

$$(1.95) \quad \varphi_{vz}(\tau_1, \tau_2, \Delta t) = \begin{cases} \varphi_{vz}(\tau_1, \tau_2, \Delta t) & \text{für } \tau_1 = \tau_2, \\ 0 & \text{für } \tau_1 \neq \tau_2. \end{cases}$$

Schreibt man in Gleichung (1.95) statt τ_1 und τ_2 die Argumente τ und $\tau + \Delta\tau$, so ergibt sich:

$$(1.96) \quad \varphi_{vz}(\Delta\tau, \Delta t) = \begin{cases} \varphi_{vz}(\tau, \tau + \Delta\tau, \Delta t) & \text{für } \Delta\tau = 0, \\ 0 & \text{für } \Delta\tau \neq 0. \end{cases}$$

Da man beim Diracimpuls eine genau definierte Ausblendeigenschaft erhält, kann man (1.96) auch kompakter schreiben:

$$(1.97) \quad \varphi_{vz}(\Delta\tau, \Delta t) = \delta(\Delta\tau) \cdot \Phi_{vz}(\tau, \Delta t).$$

$\Phi_{vz}(\tau, \Delta t)$ nennt man das *Verzögerungs-Zeit-Kreuzleistungsdichtespektrum*, das sowohl von der Verzögerung $\tau = \tau_1 (= \tau_2)$ als auch der Zeitdifferenz $\Delta t = t_2 - t_1$ abhängig ist. Zu beachten ist, daß bei dieser Definition die Autokorrelationsfunktion $\varphi_{vz}(\Delta\tau, \Delta t)$ und das Leistungsdichtespektrum $\Phi_{vz}(\tau, \Delta t)$ nicht - wie sonst üblich - über das Fourierintegral zusammenhängen.

Die zeitvariante Impulsantwort $\eta_{vz}(\tau, t)$ hat die Einheit [1/s], darum hat die nach (1.90) durch Mittelung berechnete Autokorrelationsfunktion $\varphi_{vz}(\Delta\tau, \Delta t)$ die Einheit [1/s²]. Unter Berücksichtigung des Diracimpulses besitzt somit $\Phi_{vz}(\tau, \Delta t)$ wieder die Einheit [1/s].

Betrachtet man das Verzögerungs-Zeit-Kreuzleistungsdichtespektrum $\Phi_{vz}(\tau, \Delta t)$ an der Stelle $\Delta t = 0$, so erhält man die *Verzögerungs-Leistungsdichtefunktion* $\Phi_v(\tau)$, d.h. den jeweiligen Leistungsbeitrag der Signalanteile mit Verzögerungen zwischen τ und $\tau + \Delta\tau$.

$$(1.98) \quad \Phi_v(\tau) = \Phi_{vz}(\tau, \Delta t = 0).$$

$\Phi_V(\tau)$ und $\Phi_{VZ}(\tau, \Delta t)$ haben jeweils die Einheit [1/s]. $\Phi_V(\tau)$ ist also eine Dichtefunktion bzgl. der Verzögerung τ . Die Fläche $\Phi_V(\tau) \cdot \Delta\tau$ bezeichnet (ungefähr) die Leistung, die von Signalanteilen mit Verzögerungen zwischen τ und $\tau + \Delta\tau$ herrührt, was in Bild 1.17 dargestellt ist.

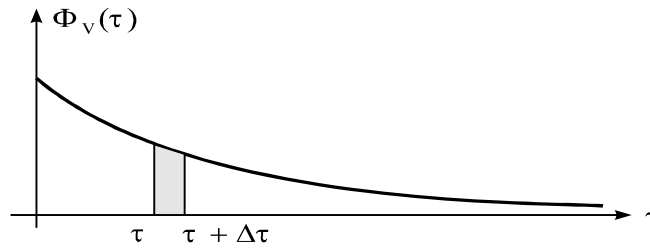


Bild 1.17: Verzögerungs-Leistungsdichtefunktion $\Phi_V(\tau)$; der graue Teil stellt den Leistungsanteil dar, der von Echos mit Verzögerungen zwischen τ und $\tau + \Delta\tau$ herrührt.

Nachfolgende Tabelle soll die Einheiten der verwendeten Funktionen nochmals verdeutlichen:

Funktion		Einheit
zeitvariante Impulsantwort	$\eta_{VZ}(\tau, t)$	1/s
AKF der zeitvarianten Impulsantwort	$\varphi_{VZ}(\Delta\tau, \Delta t)$	1/s ²
Verzögerungs-Zeit-Kreuzleistungsdichtespektrum der zeitvarianten Impulsantwort	$\Phi_{VZ}(\tau, \Delta t)$	1/s
Verzögerungs-Leistungsdichtefunktion	$\Phi_V(\tau)$	1/s

b) AKF und LDS der frequenzvarianten Übertragungsfunktion

Die frequenzvariante Übertragungsfunktion $\eta_{FD}(f, f_D)$ wurde in den Gleichungen (1.88) und (1.89) definiert. Daraus ergab sich mit Gl. (1.93) die dazugehörige Autokorrelationsfunktion $\varphi_{FD}(f_1, f_{D1}, f_2, f_{D2})$ im Frequenz-Dopplerbereich. Unter Berücksichtigung des GWSSUS-Modells läßt sich analog zu (1.97) schreiben:

$$(1.99) \quad \varphi_{FD}(f_1, f_{D1}, f_2, f_{D2}) = \varphi_{FD}(\Delta f, \Delta f_D) = \delta(\Delta f_D) \cdot \Phi_{FD}(\Delta f, f_D).$$

Hier bezeichnet $\Phi_{FD}(\Delta f, f_D)$ das sogenannte *Frequenz-Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum*. Der Faktor $\delta(\Delta f_D)$ mit $\Delta f_D = f_{D2} - f_{D1}$ drückt hierbei die Unkorreliertheit der AKF bezüglich der Dopplerverschiebung aus. Das erste Argument $\Delta f = f_2 - f_1$ berücksichtigt, daß aufgrund der Stationarität AKF und LDS nur von der Frequenzdifferenz abhängen.

Betrachtet man das Frequenz-Doppler-Kreuzleistungsdichtespektrum $\Phi_{FD}(\Delta f, f_D)$ bei $\Delta f = 0$, so erhält man das *Doppler-Leistungsdichtespektrum*:

$$(1.100) \quad \Phi_D(f_D) = \Phi_{FD}(\Delta f = 0, f_D).$$

Dieses gibt an, mit welcher Leistung die einzelnen Dopplerfrequenzen auftreten. $\Phi_D(f_D)$ hat wie $\Phi_{FD}(\Delta f, f_D)$ die Einheit [1/Hz], und ist somit eine Dichtefunktion bezüglich der Dopplerfrequenz f_D . In vielen Fällen, z.B. für eine vertikale Monopulsantenne im isotrop gestreuten Feld, ist $\Phi_D(f_D)$ durch das Jakes-Spektrum nach Gl. (1.60) und Bild (1.13) gegeben.

Es ist wieder zu erwähnen, daß der Zusammenhang zwischen $\varphi_{FD}(\Delta f, \Delta f_D)$ und $\Phi_{FD}(\Delta f, f_D)$ nicht über das Fourierintegral besteht.

c) AKF der zeitvarianten Übertragungsfunktion

Die AKF $\varphi_{\text{FZ}}(f_1, t_1, f_2, t_2)$ der zeitvarianten Übertragungsfunktion $\eta_{\text{FZ}}(f, t) = H(f, t)$ wurde mit Gl. (1.91) allgemein definiert. Unter Berücksichtigung des GWSSUS-Modells ergibt sich für die Frequenz-Zeit-Korrelationsfunktion:

$$(1.101) \quad \varphi_{\text{FZ}}(f_1, t_1, f_2, t_2) = \varphi_{\text{FZ}}(\Delta f, \Delta t).$$

Das bedeutet, daß diese Autokorrelationsfunktion aufgrund der Stationarität jeweils nur von den Differenzen zweier Frequenzen bzw. zweier Zeitpunkte abhängt. Es gelten dabei folgende Fourier-Korrespondenzen mit den in Abschnitt 1.4.3 definierten Funktionen:

$$(1.102) \quad \varphi_{\text{FZ}}(\Delta f, \Delta t) = \mathbf{F}_{f_D}^{-1} \left\{ \Phi_{\text{FD}}(\Delta f, f_D) \right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\text{FD}}(\Delta f, f_D) \cdot e^{j2\pi \Delta t f_D} df_D,$$

$$(1.103) \quad \varphi_{\text{FZ}}(\Delta f, \Delta t) = \mathbf{F}_{\tau} \left\{ \Phi_{\text{VZ}}(\tau, \Delta t) \right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\text{VZ}}(\tau, \Delta t) \cdot e^{-j2\pi \Delta f \tau} d\tau.$$

d) AKF und LDS der Verzögerungs-Dopplerfunktion

In (1.87) wurde die Verzögerungs-Dopplerfunktion $\eta_{\text{VD}}(\tau, f_D)$ definiert, aus der mit (1.92) die zugehörige AKF $\varphi_{\text{VD}}(\tau_1, f_{D1}, \tau_2, f_{D2})$ berechnet werden kann. Für diese läßt sich unter Berücksichtigung der GWSSUS-Eigenschaften mit $\Delta \tau = \tau_2 - \tau_1$ und $\Delta f_D = f_{D2} - f_{D1}$ schreiben:

$$(1.104) \quad \varphi_{\text{VD}}(\tau_1, f_{D1}, \tau_2, f_{D2}) = \varphi_{\text{VD}}(\Delta \tau, \Delta f_D) = \delta(\Delta \tau) \cdot \delta(\Delta f_D) \cdot \Phi_{\text{VD}}(\tau, f_D).$$

Hierbei bezeichnet man $\Phi_{\text{VD}}(\tau, f_D)$ als das *Verzögerungs-Doppler-Leistungsdichtespektrum* oder als die *Scatterfunktion*. Die erste Diracfunktion in Gleichung (1.104) berücksichtigt, daß die Verzögerungen unkorreliert sind („*Uncorrelated Scattering*“). Die zweite Diracfunktion folgt aus der *Stationarität im weiteren Sinne*, wobei für den 2. Parameter gilt: $f_D = f_{D1} = f_{D2}$.

Aufgrund der beiden Diracfunktionen, einmal hinsichtlich der Verzögerungszeiten τ_1 und τ_2 , zum zweiten hinsichtlich der beiden Dopplerfrequenzen f_{D1} und f_{D2} , hat das Verzögerungs-Dopplerleistungsdichtespektrum $\Phi_{\text{VD}}(\tau, f_D)$ genau die gleiche Einheit wie die Autokorrelationsfunktion $\varphi_{\text{VD}}(\tau_1, f_{D1}, \tau_2, f_{D2}) = \varphi_{\text{VD}}(\Delta \tau, \Delta f_D)$:

Funktion		Einheit
Verzögerungs-Dopplerfunktion	$\eta_{\text{VD}}(\tau, f_D)$	1
AKF der Verzögerungs-Dopplerfunktion	$\varphi_{\text{VD}}(\Delta \tau, \Delta f_D)$	1
Verzögerungs-Dopplerleistungsdichtespektrum	$\Phi_{\text{VD}}(\tau, f_D)$	1

Weiterhin gelten noch die folgenden Zusammenhänge (siehe [5]):

$$(1.105) \quad \Phi_{\text{VD}}(\tau, f_D) = \mathbf{F}_{\Delta t} \left\{ \Phi_{\text{VZ}}(\tau, \Delta t) \right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\text{VZ}}(\tau, \Delta t) \cdot e^{-j2\pi f_D \Delta t} d\Delta t,$$

$$(1.106) \quad \Phi_{\text{VD}}(\tau, f_D) = \mathbf{F}_{\Delta f}^{-1} \left\{ \Phi_{\text{FD}}(\Delta f, f_D) \right\} = \int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_{\text{FD}}(\Delta f, f_D) \cdot e^{j2\pi \tau \Delta f} d\Delta f$$

Alle bisherigen Zusammenhänge der für das GWSSUS-Modell angebbaren Korrelationsfunktionen sind in Bild 1.18 dargestellt.

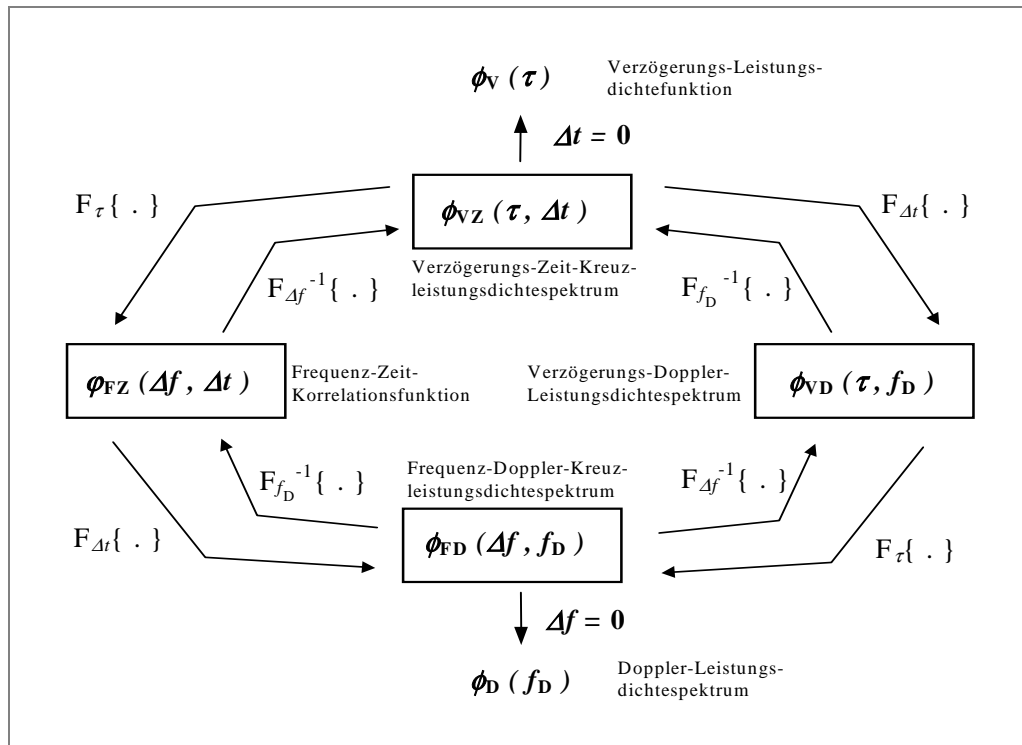


Bild 1.18: Zusammenhänge zwischen den Leistungsdichtefunktionen eines GWSSUS-Systems

Aufgrund der Ausblendeigenschaften der Diracfunktionen kann beim GWSSUS-Modell für das Verzögerungs-Dopplerleistungsdichtespektrum (Scatterfunktion) auch geschrieben werden:

$$(1.107) \quad \Phi_{VD}(\tau, f_D) = \Phi_V(\tau) \cdot \Phi_D(f_D).$$

Hierbei sind $\Phi_V(\tau)$ die durch (1.98) definierte Verzögerungs-Leistungsdichtefunktion und $\Phi_D(f_D)$ das in (1.100) definierte Doppler-Leistungsdichtespektrum. $\Phi_V(\tau)$ hat die Einheit 1/s und $\Phi_D(f_D)$ die Einheit 1/Hz. Somit ist $\Phi_{VD}(\tau, f_D)$ dimensionslos. Die hier als einseitig angenommene Verzögerungs-Leistungsdichtefunktion $\Phi_V(\tau)$ ist proportional zur WDF :

$$(1.108) \quad f_V(\tau) = \frac{1}{\int_0^{+\infty} \Phi_V(\tau) d\tau} \cdot \Phi_V(\tau).$$

Diese Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion kann man demnach als das normierte Verzögerungs-Leistungsdichtespektrum auffassen. Durch diese Normierung ist sichergestellt, daß das Integral über die WDF $f_V(\tau)$ den Wert „1“ ergibt; eine Eigenschaft, die $\Phi_V(\tau)$ nicht aufweist.

1.4.5 Kenngrößen des GWSSUS-Modells

Zur Systembeschreibung ist es von Vorteil, aus den im letzten Abschnitt definierten Funktionen die nachfolgenden Kenngrößen abzuleiten.

a) Mittlere Verzögerungszeit (Laufzeit) und Mehrwegeverbreiterung

Das erste Moment hinsichtlich der Verzögerungszeit τ wird mit $\bar{\tau}$ bezeichnet. Diese Größe stellt keine Impulsverbreiterung dar, sondern lediglich eine (für alle Frequenzen gleiche) mittlere Laufzeit. In der englischen Literatur nennt man diese Größe „average excess delay“. Es gilt:

$$(1.109) \quad \bar{\tau} = \int_0^{\infty} \tau \cdot f_V(\tau) d\tau = \frac{\int_0^{\infty} \tau \cdot \phi_V(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} \phi_V(\tau) d\tau}.$$

Dagegen bezeichnet man die Standardabweichung von τ als *Mehrwegeverbreiterung* T_V (in der englischen Literatur: „*time delay spread*“ oder „*multipath spread*“). Diese Größe gibt die Verbreiterung an, die ein über den Kanal gesendeter Diracimpuls im statistischen Mittel erfährt:

$$(1.110) \quad T_V = \left[\frac{\int_0^{\infty} (\tau - \bar{\tau})^2 \cdot \Phi_V(\tau) d\tau}{\int_0^{\infty} \Phi_V(\tau) d\tau} \right]^{1/2}.$$

b) Kohärenzbandbreite

Eine weitere, mit T_V direkt zusammenhängende Kenngröße ist die *Kohärenzbandbreite* B_K . Diese wird in [4] anhand der Autokorrelationsfunktion $\varphi_{FZ}(\Delta f, \Delta t = 0)$ implizit definiert:

$$(1.111) \quad |\varphi_{FZ}(\Delta f = B_K, \Delta t = 0)| = \frac{1}{2} |\varphi_{FZ}(\Delta f = 0, \Delta t = 0)|.$$

Die Kohärenzbandbreite B_K ist der Wert, bei dem der Betrag der Frequenz-Zeit-Korrelationsfunktion mit wachsendem Δf zum ersten Mal auf die Hälfte abgesunken ist. Sie ist ein Maß für die Frequenzdifferenz Δf , um die sich zwei Sinussignale im Mittel unterscheiden müssen, damit sie bei der Übertragung vollständig unterschiedliche Kanalübertragungseigenschaften vorfinden. Ist die Signalbandbreite B kleiner als B_K , so finden alle spektralen Signalanteile (näherungsweise) gleiche Übertragungseigenschaften vor. Nach dem Zeitgesetz der Nachrichtentechnik verhält sich die Kohärenzbandbreite invers zur Mehrwegeverbreiterung T_V : $B_K \approx 1/T_V$.

c) Korrelationsdauer

Unter (Fading-) Korrelationsdauer T_D versteht man diejenige Zeitspanne, die im Mittel vergehen muß, bis der Kanal seine Übertragungseigenschaften aufgrund der Zeitvarianz geändert hat. Diese wird in [5] implizit anhand der Autokorrelationsfunktion $\varphi_{FZ}(\Delta f = 0, \Delta t)$ definiert:

$$(1.112) \quad |\varphi_{FZ}(\Delta f = 0, \Delta t = T_D)| = \frac{1}{2} |\varphi_{FZ}(\Delta f = 0, \Delta t = 0)|.$$

Aufgrund der Fourierbeziehung zwischen φ_{FZ} und Φ_{VZ} gilt in gleicher Weise:

$$(1.113) \quad \left| \int_0^{\infty} \Phi_{VZ}(\tau, T_D) d\tau \right| = \frac{1}{2} \left| \int_0^{\infty} \Phi_{VZ}(\tau, 0) d\tau \right|.$$

d) Mittlere Dopplerverschiebung und Dopplerverbreiterung

Die Zeitvarianz (Fading) wird durch das Doppler-Leistungsdichtespektrum $\phi_D(f_D)$ beschrieben. Die WDF der einzelnen Dopplerfrequenzen ist analog zu Punkt a) proportional zu $\Phi_D(f_D)$. Damit kann auch die *mittlere Dopplerverschiebung* angegeben werden:

$$(1.114) \quad \bar{f}_D = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} f_D \cdot \Phi_D(f_D) df_D}{\int_{-\infty}^{+\infty} \Phi_D(f_D) df_D}.$$

Die Standardabweichung bezeichnet man als *Dopplerverbreiterung* oder *Fadingbandbreite*:

$$(1.115) \quad B_D = \left[\frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (f_D - \overline{f_D})^2 \cdot \phi_D(f_D) df_D}{\int_{-\infty}^{+\infty} \phi_D(f_D) df_D} \right]^{1/2}.$$

Diese Größe gibt die mittlere Frequenzverbreiterung an, die die einzelnen Spektralanteile eines Signals erfahren. In der englischsprachigen Literatur wird B_D auch „*Doppler spread*“ genannt. Analog zur Kohärenzbandbreite gilt wieder näherungsweise der Zusammenhang: $B_D \approx 1/T_D$.

1.4.6 Simulation gemäß dem GWSSUS-Modell

Theoretisch kann der Mobilfunkkanal durch jede der vier möglichen Systemfunktionen bzw. der daraus ableitbaren Korrelationsfunktionen beschrieben werden. Von Schulze [10] wurde 1989 ein Verfahren zur Simulation des in Abschnitt 1.4.5 beschriebenen GWSSUS-Modells angegeben, das auf der Verzögerungs-Doppler-Funktion basiert und sowohl die Zeitdispersion (Parameter τ) als auch die Dopplerverbreiterung (Parameter f_D) berücksichtigt. Dieses Monte-Carlo-Verfahren baut auf einer Arbeit von Rice [9] auf und wurde von Höher [5] eingehend untersucht und verbessert. Hier sollen nur einige Grundgedanken angegeben werden.

- a) Die zweidimensionale Impulsantwort wird durch eine Summe komplexer Exponentialfunktionen unter Berücksichtigung der Zeitdispersion dargestellt. Die in [5] angegebene Zeitbereichsgleichung lautet mit der in dieser Arbeit verwendeten Nomenklatur:

$$(1.116) \quad h(\tau, t) = \lim_{M \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\sqrt{M}} \right) \cdot \sum_{m=1}^M e^{j\vartheta_m} \cdot e^{j2\pi f_{D,m} t} \cdot \delta(t - \tau_m).$$

Der Parameter M kann dabei - wie in den vorangegangenen Abschnitten auch - als die Anzahl der unterscheidbaren Pfade interpretiert werden.

- b) Vor Beginn der Simulation werden M Phasenwerte ϑ_m , M Dopplerfrequenzen $f_{D,m}$ und M Verzögerungszeiten τ_m gemäß der Verbundwahrscheinlichkeitsdichtefunktion dieser Parameter festgelegt. Dieser Vorgang wird auch als „*Auswürfeln*“ bezeichnet.
- c) Die M Phasenwerte werden nach einer Gleichverteilung bestimmt, die M Wertepaare „*Verzögerungszeit/Dopplerfrequenz*“ ($\tau_m, f_{D,m}$) entsprechend der Verbund-WDF. Diese ist gemäß (1.108) proportional dem Verzögerungs-LDS $\Phi_V(\tau)$.
- d) Es wird angenommen, daß zwischen der Zeitdispersion - gekennzeichnet durch die Verzögerungszeiten τ_m - und dem Dopplereffekt (Dopplerfrequenzen $f_{D,m}$) keine statistischen Bindungen bestehen, so daß Gl. (1.107) gültig ist. Diese Bedingung trifft z.B. für den terrestrischen Landmobilfunk mit guter Näherung zu.
- e) Aus (1.107) und (1.108) folgt weiter, daß auch die M Verzögerungszeiten und die M Dopplerfrequenzen unabhängig voneinander „*ausgewürfelt*“ werden können.
- f) Die WDF der Dopplerfrequenzen ist proportional zum Doppler-LDS nach (1.100), z.B. entsprechend dem Jakes-Spektrum (1.60). Das bedeutet aber auch, daß die M vor der Simulation ausgewürfelten Frequenzen $f_{D,m}$ alle zwischen den durch Trägerfrequenz f_T und Fahrzeuggeschwindigkeit v festgelegten Werten $-f_{D,\max}$ und $+f_{D,\max}$ liegen müssen. Entsprechend der „*Badewannenkurve*“ sind Frequenzen in der Nähe (besser gesagt: betragsmäßig knapp unterhalb) der maximalen Dopplerfrequenz $f_{D,\max}$ häufiger als Dopplerfrequenzwerte in der Nähe von Null.

- g) Die WDF der Verzögerungszeiten τ_m ist proportional zum Verzögerungs-LDS nach (1.100). Von COST 207, einer von der Europäischen Gemeinschaft gegründeten Arbeitsgruppe mit der Aufgabe, einen Funkkanalsimulator für das zukünftige paneuropäische zellulare Mobilfunksystem zu entwickeln, wurden hierfür Profile vorgeschlagen. Diese sind in Bild 1.19 dargestellt, und gelten für ländliches Gebiet (engl. *Rural Area*, *RA*), typische Gegebenheiten in Städten und Vororten (engl. *Typical Urban*, *TU*), typische ungünstige Fälle in Städten (engl. *Bad Urban*, *BU*) sowie typisch ungünstige Fälle im Bergland (engl. *Hilly Terrain*, *HT*).
- h) Die beiden ersten Profile (RA, TU) führen (bei linearer Ordinate) zu einer Exponentialverteilung hinsichtlich der Verzögerungszeiten. Beispielsweise gilt für städtisches Gebiet (TU) näherungsweise:

$$(1.117) \quad f_v(\tau) = e^{-\frac{\tau}{1\mu s}} \text{ für } 0 \leq \tau \leq 7\mu s.$$

Wählt man z.B. $M = 100$ solcher Verzögerungszeiten aus, so werden die meisten sehr klein sein. Im statistischen Mittel sind dann die Hälfte aller ausgewählten Verzögerungszeiten kleiner als $\ln(2) = 0.7 \mu s$, und nur eine Verzögerungszeit τ_m wird (im statistischen Mittel) zwischen $\ln(100) = 4.6 \mu s$ und $7 \mu s$ liegen.

- i) Je größer M gewählt wird, desto besser werden die real in Mobilfunkkanälen auftretenden zeitvarianten Impulsantworten durch (1.116) angenähert. Diese Steigerung der Simulationsgenauigkeit geht allerdings auf Kosten der Simulationsdauer. In der Literatur werden für M günstige Werte zwischen 100 und 600 angegeben.

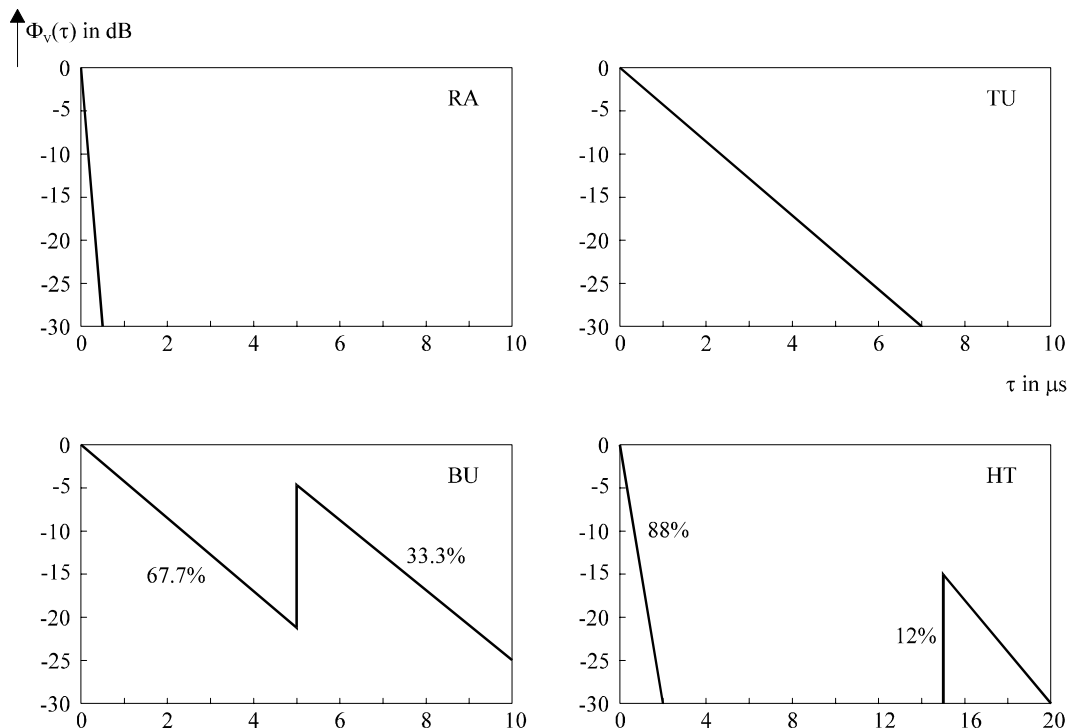


Bild 1.19: Verzögerungs-Leistungsdichtespektrum nach COST in logarithmischer Darstellung. (entnommen aus [5]).

2 Vorbereitungsfragen

V1 Zweidimensionale Impulsantwort

Es soll die zweidimensionale Impulsantwort $h(\tau, t)$ gemäß (1.29) näher analysiert werden, wobei wie in Abschnitt 1.2 die Verzögerungszeit mit τ und die absolute Zeit mit t bezeichnet sind. Im Bild 2.1 ist der Betrag einer solchen zweidimensionalen Impulsantwort dargestellt. Diese Aufzeichnung könnte z.B. vom allgemeinen Kanalmodell (Bild 1.8) stammen.

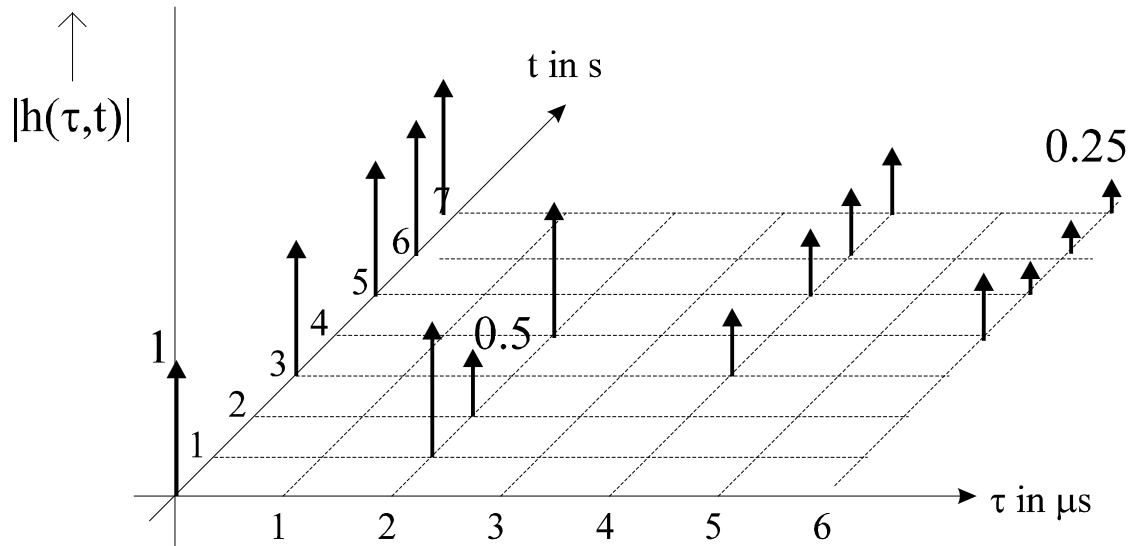


Bild 2.1: Zeitdiskrete zweidimensionale Impulsantwort für Vorbereitungsfrage V1.

- Welche Aussagen sind bezüglich der Zeitauflösung des Modells anhand obiger Impulsantwort möglich?
- Welche Einschränkung bedeutet dies für das zu untersuchende Nachrichtensignal $s(t)$?
- Wie groß ist die maximale Verzögerung eines Echos im dargestellten Zeitbereich von 0 bis 7 Sekunden? Welcher Wert ergibt sich somit für die Kohärenzbandbreite?

d) Zu welchen Zeiten t ist der Mobilfunkkanal nicht frequenzselektiv? Interpretieren Sie die eindimensionalen Impulsantworten $h(\tau)$ zu diesen Zeitpunkten.

e) Diskutieren Sie die Impulsantworten $h(\tau)$ zu den Zeitpunkten $t = 3\text{s}$ und $t = 4\text{s}$.

f) Diskutieren Sie die Impulsantworten $h(\tau)$ zu den Zeitpunkten $t = 5\text{s}$, $t = 6\text{s}$ und $t = 7\text{s}$.

V2 Rayleighverteilung

Betrachtet wird ein komplexer Gauß'scher Zufallsprozeß

$$(2.1) \quad z(t) = x(t) + j \cdot y(t)$$

mit Mittelwert 0 und gleichen Streuungen (σ) von Real- und Imaginärteil. Somit sind die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der beiden statistisch unabhängigen Komponenten durch (1.39) bzw. (1.40) gegeben und die zweidimensionale WDF durch (1.41). Da diese zweidimensionale WDF rotationssymmetrisch ist, erhält man für die Verteilungsfunktion des Betrags

$$(2.2) \quad |z(t)| = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)}$$

den folgenden Ausdruck für $|z| > 0$ (vgl. [7]):

$$(2.3) \quad F_{|z|}(r) = P(|z(t)| < r) = 1 - e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}}.$$

a) Berechnen Sie daraus die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des Betrags.

b) Berechnen Sie aus dem Ergebnis von a) den linearen Mittelwert der Rayleighverteilung:

$$(2.4) \quad m_{|z|} = \int_0^{\infty} |z| \cdot f_z(|z|) d|z|.$$

c) Leiten Sie, ausgehend von der WDF (1.43), auch die WDF des Betragsquadrates nach (1.47) ab.

V3 Ricefading

Beim Ricefading ist der multiplikative Faktor $z(t)$ aufgrund der Direktkomponente wie folgt gegeben (vgl. Abschnitt 1.3.4):

$$(2.5) \quad z(t) = (x(t) + m_x) + j \cdot (y(t) + m_y).$$

$x(t)$ und $y(t)$ beschreiben wie beim Rayleighfading Gaußsche Prozesse mit jeweils gleicher Streuung σ . Für das Folgende gelten stets die Zahlenwerte:

$$\sigma = \frac{1}{\sqrt{2}} ; m_x = \frac{1}{2} ; m_y = -\frac{\sqrt{3}}{2}.$$

a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen von Betrag und Betragsquadrat an.

b) Wie groß ist die Leistung (der quadratische Mittelwert) des Betrags?

c) Beschreiben Sie qualitativ den WDF-Verlauf der Phase.

V4 Lognormalfading

Gegeben sei eine gaußverteilte Zufallsgröße u mit Mittelwert M und Streuung σ .

a) Berechnen Sie die WDF der Zufallsgröße $v = e^{K \cdot u}$, wobei K eine Konstante angibt.

b) Berechnen Sie den linearen Mittelwert der Zufallsgröße v . Hinweis: Diese Aufgabe liefert die WDF (1.80) für das Lognormalfading, wenn $K = \ln(10)/20$ gesetzt wird.

V5 Frequenzselektives Fading

Gegeben sei ein zeitvarianter Kanal, der durch das Modell von Bild 1.8 mit $M = 3$ Pfaden beschrieben werden kann. Berücksichtigt man, daß die zeitliche Änderung langsam gegenüber der maximalen Verzögerung erfolgt, so läßt sich das Frequenzverhalten durch den Frequenzgang gemäß (1.83) darstellen.

Für die Teilaufgaben a) bis f) gelte für die Verzögerungszeiten:

$$\tau_1 = 0, \tau_2 = 2\mu\text{s}, \tau_3 = 10\mu\text{s}.$$

a) Geben Sie die Impulsantwort $h(\tau)$ für die folgenden Koeffizienten an:

$$z_1 = \frac{3}{4} \text{ (entspricht - 2.5 dB); } z_2 = -\frac{1}{2} \text{ (entspricht - 6 dB); } z_3 = \frac{1}{4} \text{ (entspricht - 12 dB).}$$

- b) Skizzieren Sie die Kanalantwort auf eine Rechteckfunktion der Amplitude 1 und der Dauer $T = 5 \mu\text{s}$.
- c) Wie ändert sich die Rechteckantwort qualitativ, wenn einer der Koeffizienten auch einen imaginären Anteil aufweist?
- d) Geben Sie den Frequenzgang formelmäßig an.
- e) Welcher Wert ergibt sich für $f = 0$? Für welche Frequenzen f ist $H(f) = H(0)$?
- f) Wie lautet der Betrag $|H(f)|$ des Frequenzgangs?
- g) Wie ändern sich die Ergebnisse der Aufgaben a) bis f) durch eine zusätzliche Verzögerung um $5 \mu\text{s}$, d.h. mit $\tau_1 = 5 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 7 \mu\text{s}$, $\tau_3 = 15 \mu\text{s}$?

3 Versuchsdurchführung

D1 WDF des Rayleigh-Fadings

Einstellungen:

- Parametersatz 1: Rayleigh-Fading, simuliert, $\sigma = 0.5$, ohne Filter;
- Parametersatz 2: wie Parametersatz 1, theoretisch;
- Geöffnete Fenster: - Parameterfenster;
- Ausgangssignal 1;
- WDF (ermittelt aus 10000 Werten);
- komplexe Ebene.

Gegeben sei ein nichtfrequenzselektiver Übertragungskanal entsprechend dem Modell von Bild 1.12. Real- und Imaginärteil sind gaußverteilt, die Streuung beider Gaußprozesse beträgt jeweils $\sigma = 0.5$. Die einzelnen Abtastwerte seien statistisch voneinander unabhängig (d.h. die digitalen Filter sind nicht vorhanden).

- a) Betrachten Sie Real- und Imaginärteil des Prozesses. Wie unterscheiden sich diese im Signalverlauf und in der WDF?
- b) Betrachten Sie auch den Betrag des Ausgangssignals in linearer und logarithmischer Darstellung. Welche WDF besitzt dieser? Wie groß sind Mittelwert und Streuung von $|z(t)|$? Überprüfen Sie diese Werte anhand des Programms.
- c) Welchen Verlauf erwarten Sie für die WDF des Betragsquadrates und die entsprechenden Kennwerte (Mittelwert, Streuung)?
- d) Betrachten Sie den Phasenverlauf und dessen WDF. Interpretieren Sie die dargestellten Kurven, insbesondere in der komplexen Ebene.

D2 Rayleigh-Fading mit statistischen Bindungen

Einstellungen:

- Parametersatz 1: Rayleigh-Fading, simuliert, $\sigma = 0.5$, ohne Filter (wie D1);
- Parametersatz 2: wie Parametersatz 1, Dopplerfrequenz siehe Teilaufgabe a);
- Geöffnete Fenster:
- Parameterfenster;
 - Ausgangssignal 1;
 - WDF (ermittelt aus 10000 Werten);
 - komplexe Ebene;
 - AKF (ermittelt aus 5000 Werten);
 - LDS.

Bisher wurden die statistischen Bindungen innerhalb der Prozesse $x(t)$ und $y(t)$ und damit auch im gesamten Rayleigh-Prozeß nicht berücksichtigt. Aufgrund des Dopplereffekts bestehen jedoch Bindungen zwischen den einzelnen Abtastwerten (diese sind im Programm im Abstand von einer Millisekunde angenommen), die durch die Autokorrelationsfunktion (AKF) und das Leistungsdichtespektrum (LDS) beschrieben werden. Bei einer vertikalen Monopulsantenne sind diese beiden Beschreibungsgrößen durch (1.56) bzw. (1.60) festgelegt, wobei der einzige Parameter dieser Funktionen neben der Streuung σ die maximale Dopplerfrequenz $f_{D,\max}$ ist.

- a) Welcher Wert ergibt sich für die maximale Dopplerfrequenz, wenn eine Trägerfrequenz von 900 MHz (entspricht dem GSM/D-Netz) und eine Fahrzeuggeschwindigkeit von 60 km/h vorausgesetzt werden? Stellen Sie diesen Wert bei Parametersatz 2 ein (die Streuung $\sigma = 0.5$ sei gegenüber Parametersatz 1 unverändert).
- b) Welche Unterschiede sind an den Signalverläufen von Real- und Imaginärteil sowie Betrag und Phase gegenüber der Einstellung von D1 (Parametersatz 1) feststellbar? Wie ändern sich die entsprechenden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen?

-
- c) Betrachten Sie nun die Ausgangssignale in der komplexen Ebene. Wie unterschieden sich die Kurven?
- d) Betrachten Sie nun die Autokorrelationsfunktionen von Real- und Imaginärteil sowie von Betrag und Phase für beide Parametersätze. Interpretation.
- e) Wie sehen die zu den beiden in d) berechneten Autokorrelationsfunktionen zugehörigen Leistungsdichtespektren (LDS) aus?

D4 Zusammenhang zwischen Rayleigh- und Rice-Fading

Einstellungen:

Parametersatz 1: Rayleigh-Fading, simuliert, $\sigma = 0.5$, max. Dopplerfrequenz 100 Hz;

Parametersatz 2: Rice-Fading, simuliert, $\sigma = 0.5$, max. Dopplerfrequenz 100 Hz, Mittelwerte siehe Aufgabenstellung;

Geöffnete Fenster:

- Parameterfenster;
- Ausgangssignal 1;
- WDF (ermittelt aus 10000 Werten);
- komplexe Ebene;
- AKF (ermittelt aus 5000 Werten);
- LDS.

Tritt außer dem stochastischen Anteil (Gaußgeneratoren) im Übertragungskanal auch eine zusätzliche Direktkomponente auf, so geht das Rayleigh-Fading in das Rice-Fading über. Dies entspricht z.B. einer Sichtverbindung zwischen Sender und Empfänger (vgl. Abschnitt 1.3.4).

Vergleichen Sie nun das Rayleigh-Fading mit $\sigma = 0.5$ und der maximalen Dopplerfrequenz 100 Hz mit einem Rice-Fadingkanal (Betrag der Direktkomponente: 1, Phase: 135°).

a) Wie müssen m_x und m_y für Parametersatz 2 gewählt werden? Betrachten Sie die beiden Ausgangssignale. Welcher Unterschied ist anhand von Real- und Imaginärteil sowie Betrag, Betragsquadrat und Phase festzustellen?

b) Vergleichen Sie die Autokorrelationsfunktionen und die Leistungsdichtespektren von Rice- und Rayleigh-Fading. Interpretation.

c) Betrachten Sie die jeweiligen Ausgangssignale in der komplexen Ebene. Interpretation.

D5: Binäres Rechtecksignal bei Rayleigh- und Rice-Fading

Einstellungen:

- Parametersatz 1: idealer Kanal (siehe Aufgabenbeschreibung);
- Parametersatz 2: Rice-Fading, $\sigma = 0.2$, max. Dopplerfrequenz 100 Hz, Binärsignal;
- Geöffnete Fenster:
- Parameterfenster;
 - Ausgangssignal 1 (Betrag);
 - WDF (ermittelt aus 10000 Werten);
 - komplexe Ebene.

Bisher war das Eingangssignal $r(t)$ stets konstant gleich 1. Nun wird ein binäres Rechtecksignal mit der Signaldauer von 10 ms am Eingang betrachtet.

Da im Programm nur das Ausgangssignal gezeichnet werden kann, muß zur Darstellung des Eingangssignals ein idealer Kanal eingestellt werden. Dieser ist ein Sonderfall des Rice-Fadingkanals mit den Parameterwerten $m_x = 1$, $m_y = 0$ und $\sigma = 0$.

- a) Stellen Sie diese Kombination als Parametersatz 1 ein und betrachten Sie das Ausgangssignal im Fenster "Ausgangssignal (Betrag)" und in der komplexen Ebene. Betrachten Sie auch die anderen Beschreibungsgrößen.

- b) Wählen Sie nun für Parametersatz 2 einen Rice-Kanal (mit $m_x = 1$, $m_y = 0$, $\sigma = 0.2$, $f_{D,\max} = 100$ Hz) und ebenfalls ein rechteckförmiges Eingangssignal. Interpretieren Sie die sich nun ergebenden Signale und deren statistische Beschreibungsgrößen.

- c) Wählen Sie nun den Parametersatz 1 wie 2, aber mit Mittelwerten $m_x = m_y = 0.707$. Wie unterscheiden sich nun die beiden Parametersätze?

- d) Vergleichen Sie den unter c) erstellten Parametersatz 1 mit einem Rayleigh-Kanal (Satz 2) gleicher Streuung ($\sigma = 0.2$) und gleicher Dopplerfrequenz ($f_{D,\max} = 100$ Hz).

D6: Lognormal-Fading

Einstellungen:

- Parametersatz 1: Lognormal-Fading, mit zusätzlichem normierten Rayleigh-Fading (Dopplerfrequenz 100 Hz), Eingangssignal: Dauer-Eins;
- Parametersatz 2: Rayleigh-Fading, Dopplerfrequenz 100 Hz, Streuung gemäß Angabe;
- Geöffnete Fenster: - Parameterfenster;
- Ausgangssignal 1 (Betrag);
- WDF (ermittelt aus 10000 Werten);
- komplexe Ebene.

In diesem Versuch soll nun zum Rayleigh-Fading zusätzlich noch lognormalverteiltes Fading berücksichtigt werden. Stellen Sie mit dem Parametersatz 1 lognormalverteiltes Fading mit Mittelwert -6 dB und Streuung 0 dB sowie zusätzlich ein normiertes Rayleigh-Fading mit 100 Hz Dopplerfrequenz ein.

- a) Im Parametersatz 2 soll dagegen reines Rayleigh-Fading (ebenfalls mit Dopplerfrequenz 100 Hz) betrachtet werden. Welchen Wert müssen Sie für σ einstellen, damit beide Parametersätze gleiche statistische Kenngrößen hinsichtlich des Betrags $|z(t)|$ aufweisen?
- b) Erhöhen Sie nun die Streuung des Lognormal-Fadings auf 6 dB. Diskutieren Sie das Ausgangssignal und die WDF des Betrags $|z(t)|$ und den Verlauf in der komplexen Ebene.

D7: Frequenzselektives Fading

Einstellungen:

- Parametersatz 1: Diracpuls (Abstand 1000 ms), frequenzselektiver Kanal, konstante Pfadgewichte (siehe Teilaufgabe a);
- Parametersatz 2: inaktiv;
- Geöffnete Fenster: - Parameterfenster;
- Ausgangssignal 1 (Realteil);
- Ausgangssignal 2 (Imaginärteil);
- Frequenzgang.

Betrachten Sie den in Vorbereitungsfrage V5 gegebenen frequenzselektiven Kanal.

- a) Wie müssen die inkrementellen Verzögerungszeiten und die Pfadgewichte im Programm eingestellt werden, damit Übereinstimmung mit V5 besteht?

- b) Betrachten Sie zunächst die Impulsantwort und den dazugehörigen Frequenzgang für

$$z_1 = \frac{3}{4}, \quad z_2 = -\frac{1}{2}, \quad z_3 = \frac{1}{4}.$$

Wie groß ist die Frequenzperiode f_0 ? Durch welche Verzögerung wird diese bestimmt?

- c) Welche Frequenzperiode ergibt sich demgegenüber mit $\Delta \tau_3 = 7\mu\text{s}$?

- d) Setzen Sie nun wieder $\Delta\tau_3 = 8\mu\text{s}$? Wie muß der reelle Koeffizient z_3 eingestellt werden, damit der Betrag des Frequenzgangs bei 250 kHz eine Nullstelle aufweist? Überprüfen Sie Ihr Ergebnis mit dem Programm.

- e) Es gelten wieder die oben angegebenen Werte für Parametersatz 1. Wie ändert sich der Frequenzgang, wenn alle Koeffizienten imaginär sind?

$$z_1 = j\frac{3}{4}, z_2 = -\frac{j}{2}, z_3 = \frac{j}{4}.$$

Stellen Sie diese Pfadgewichte in Parametersatz 2 ein.

- f) Ändert sich der Betrag des Frequenzgangs, wenn nur einer der Koeffizienten imaginär ist, z.B. der Koeffizient z_2 ?

$$z_1 = \frac{3}{4}, z_2 = -\frac{j}{2}, z_3 = \frac{1}{4}.$$

D8: Impulsinterferenzen

Einstellungen:

Parametersatz 1: Diracpuls (Abstand 1000 ms), idealer Kanal;

Parametersatz 2: Diracpuls (Abstand 1000 ms), frequenzselektiver Kanal (Werte siehe Aufgabenbeschreibung);

Geöffnete Fenster: - Parameterfenster;
- Ausgangssignal 1 (Realteil);
- Frequenzgang.

Betrachten Sie den Frequenzgang der in V1 gegebenen Impulsantworten. Stellen Sie im Parametersatz 1 den idealen Kanal ein, im Parametersatz 2 die nachfolgenden Impulsantworten:

a) $h(\tau) = \delta(\tau - 2\mu\text{s})$,

b) $h(\tau) = 0.5 \cdot \delta(\tau - 2\mu\text{s})$,

c) $h(\tau) = \delta(\tau) + 0.5 \cdot \delta(\tau - 4\mu\text{s})$,

d) $h(\tau) = \delta(\tau - 1\mu\text{s}) + 0.5 \cdot \delta(\tau - 5\mu\text{s})$,

e) $h(\tau) = \delta(\tau) + 0.5 \cdot \delta(\tau - 4\mu\text{s}) + 0.25 \cdot \delta(\tau - 6\mu\text{s})$.

- f) Welche Auswirkungen haben diese Impulsantworten auf ein Binärsignal mit der Symboldauer $10\mu\text{s}$?

Hinweis: Für die beiden Parametersätze werden im Programm verschiedene Bitfolgen verwendet. Wenn Sie das stört, schließen Sie vorher Parametersatz 1.

D9: Frequenzselektives Fading mit Rayleigh-Fading

Einstellungen:

Parametersatz 1: Diracpuls (Abstand $1000 \mu\text{s}$), frequenzselektiver Kanal mit Rayleigh-Fading in den einzelnen Zweigen, Dopplerfrequenz 50 Hz ;

Parametersatz 2: wie Parametersatz 1, jedoch Dopplerfrequenz 400 Hz ;


Geöffnete Fenster: - Parameterfenster;
- Ausgangssignal 1 (Betrag);
- Frequenzgang (Betrag).

Wir betrachten nun einen zeitvarianten frequenzselektiven Kanal. Die Pfadgewichte werden hier wie beim Rayleigh-Fading in Abhängigkeit der maximalen Dopplerfrequenz erzeugt. Stellen Sie für beide Parametersätze die inkrementellen Verzögerungszeiten auf

$$\Delta\tau_1 = 2 \mu\text{s}, \Delta\tau_2 = 0.5 \mu\text{s}, \Delta\tau_3 = 0.5 \mu\text{s}, \Delta\tau_4 = 1.5 \mu\text{s}, \Delta\tau_5 = 12.5 \mu\text{s}, \Delta\tau_6 = 3 \mu\text{s}.$$

Die Streuungen der Gaußgeneratoren (die jeweils zur Leistung dieses Verzögerungspfades proportional sind) stellen Sie auf

$$\sigma_1 = 1, \sigma_2 = 0.7, \sigma_3 = 0.4, \sigma_4 = 0.2, \sigma_5 = 0.5, \sigma_6 = 0.2.$$

a) Vergleichen Sie die Impulsantworten beider Parametersätze, während Sie jeweils mit dem -Button um $1000 \mu\text{s}$ weiterschalten. Welcher Unterschied ist zwischen den beiden Parametersätzen feststellbar?

b) Wieviele Diracfunktionen sind auflösbar?

c) Vergleichen Sie den Frequenzgang (Betrag) beider Parametersätze. Interpretation.

4 Lösungen der Vorbereitungsfragen

Lösung V1:

- a) Die inkrementelle Verzögerungszeit $\Delta\tau$ beträgt 2 Mikrosekunden. Sie könnte auch um einen ganzzahligen Faktor kleiner sein.
- b) Das im äquivalenten Basisband simulierte Nachrichtensignal hat eine mathematische (zweiseitige) Bandbreite $B = 500$ kHz. Dies ist gleich der physikalischen (einseitigen) Bandbreite des zugehörigen Bandpaßsignals.
- c) Die maximale Verzögerungszeit beträgt 6 Mikrosekunden. Daraus ergibt sich die Kohärenzbandbreite nach (1.31) zu 167 kHz.
- d) Die eindimensionale Impulsantwort $h(\tau)$ ergibt sich aus $h(\tau, t)$ für $t = \text{const.}$
Besteht $h(\tau)$ aus mehr als einer Diracfunktion, so treten Impulsinterferenzen auf und der Kanal ist frequenzselektiv. In Bild 2.1 ist dies für $t > 2$ s der Fall. Bei $t = 0$ ist der Kanal ideal (Impulsgewicht 1), bei $t = 1$ s ist eine frequenzunabhängige Laufzeit von 2 Mikrosekunden festzustellen. Zum Zeitpunkt $t = 2$ s erkennt man eine zusätzliche Amplitudendämpfung (Impulsgewicht 0.5 entspricht 6dB).
- e) $t = 3$ s: Der Kanal ist frequenzselektiv; es ergeben sich Impulsinterferenzen (Echos). Dieser Fall entspricht genau dem in Abschnitt 1.4.1 betrachteten Beispiel. Der Realteil des Frequenzgangs ist cosinusförmig um den Mittelwert 1, der Imaginärteil ist „minussinus“-förmig um 0. Die Frequenzperiode des Betrags beträgt 250kHz (Der Betrag ist nicht exakt cosinusförmig).
 $t = 4$ s: Es ergibt sich der gleiche prinzipielle Verlauf des Frequenzgangs wie zur Zeit $t = 3$ s. Die Grundverzögerung von 2 Mikrosekunden bewirkt keine zusätzlichen Impulsinterferenzen, sondern nur eine für alle Signalanteile konstante Laufzeit (im Zeitbereich) bzw. eine zusätzliche Phase (im Spektralbereich).
- f) Zu diesen Zeitpunkten treten neben dem Hauptimpuls jeweils noch zwei zusätzliche Echos (mit Impulsgewichten 0.5 bzw. 0.25) auf. Die Periode des Frequenzgangs wird somit größer und beträgt nun 500 kHz.
Bleiben die Impulsantworten tatsächlich ab $t = 5$ s für alle Zeitpunkte gleich, so liegt nun ein lineares zeitinvariantes System vor (LZI-System). Der Kanal könnte dann mit der herkömmlichen Systemtheorie beschrieben werden.

Lösung V2:

- a) Die WDF ist die Ableitung der Verteilungsfunktion:

$$f_{|z|}(|z|) = \left. \frac{dF_{|z|}(r)}{dr} \right|_{r=|z|} = \left. \frac{r}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\sigma^2}} \right|_{r=|z|}.$$

Damit erhält man den in (1.43) angegebenen Ausdruck:

$$f_{|z|}(|z|) = \frac{|z|}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{|z|^2}{2\sigma^2}} \quad \text{für } |z| \geq 0.$$

- b) Es gilt mit $u = |z|$:

$$m_z = \int_0^{\infty} \frac{|z|}{\sigma^2} \cdot e^{-\frac{|z|^2}{2\sigma^2}} d|z| = \frac{\sqrt{2\pi}}{2\sigma} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u^2}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} e^{-\frac{u^2}{2\sigma^2}} du$$

Das bestimmte Integral ist identisch mit der Varianz einer Gaußverteilung. Daraus folgt:

$$m_{|z|} = \frac{\sqrt{2\pi}}{2\sigma} \cdot \sigma^2 = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \cdot \sigma.$$

- c) Es gelten die Abkürzungen: $u = |z|$, $v = |z|^2$. Daraus folgt: $v = u^2$.

Die WDF der Zufallsgröße v ergibt sich nach folgender Gleichung:

$$f_v(v) = \left. \frac{f_u(u)}{|g'(u)|} \right|_{u=\sqrt{v}} = \frac{1}{2\sigma^2} \cdot e^{-\frac{v}{2\sigma^2}}.$$

Dieses Ergebnis stimmt mit (1.47) exakt überein.

Lösung V3:

- a) Für den Betrag der Direktkomponente und das Leistungsverhältnisses von Direkt- zu Streukomponente gilt nach Abschnitt 1.3.4:

$$|m_z| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = 1 \quad \text{und} \quad \xi = 1.$$

In (1.63) bzw. (1.66) erhält man somit:

$$f_{|z|}(|z|) = 2 \cdot |z| \cdot e^{-(|z|^2+1)} \cdot I_0(2 \cdot |z|),$$

$$f_{|z|^2}(|z|^2) = e^{-(|z|^2+1)} \cdot I_0\left(2 \cdot \sqrt{|z|^2}\right)$$

b) Es gilt:

$$\begin{aligned} m_{2|z|} &= \mathbb{E}\left[|z(t)|^2\right] = \mathbb{E}\left[(x(t) + m_x)^2 + (y(t) + m_y)^2\right] \\ &= \mathbb{E}\left[x^2(t)\right] + 2 \cdot m_x \cdot \mathbb{E}\left[x(t)\right] + m_x^2 + \mathbb{E}\left[y^2(t)\right] + 2 \cdot m_y \cdot \mathbb{E}\left[y(t)\right] + m_y^2. \end{aligned}$$

Die quadratischen Mittelwerte von Real- und Imaginärteil sind jeweils σ^2 , die linearen Mittelwerte gleich 0. Die Gleichkomponenten können wie folgt zusammengefaßt werden. Daraus folgt:

$$m_{2|z|} = 2 \cdot \sigma^2 + |m_z|^2 = 2.$$

c) Die Phase des Ricefadings weist eine Vorzugsrichtung von

$$\varphi_{|z|} = \arctan\left(\frac{m_y}{m_x}\right) = \arctan(-\sqrt{3}) = -60^\circ$$

auf. Die WDF der Phase ist gaußähnlich im Gegensatz zur Gleichverteilung beim Rayleighfading. Die exakte Berechnung dieser WDF müßte über eine Transformationsgleichung erfolgen und ist sehr aufwendig.

Lösung V4:

a) Nach der allgemeinen Transformationsgleichung für Zufallsgrößen gilt:

$$f_v(v) = \frac{f_u(u)}{|g'(u)|} \Big|_{u=h(v)}.$$

Die Ableitung der Transformationskennlinie liefert:

$$g'(u) = \frac{d}{du}(e^{K \cdot u}) = K \cdot e^{K \cdot u}$$

Im gesamten Zulässigkeitsbereich von u ist diese Ableitung positiv, so daß auf die Betragsbildung verzichtet werden kann. Die Umkehrfunktion liefert

$$u = \frac{1}{K} \cdot \ln v.$$

Mit der Gaußschen WDF erhält man somit:

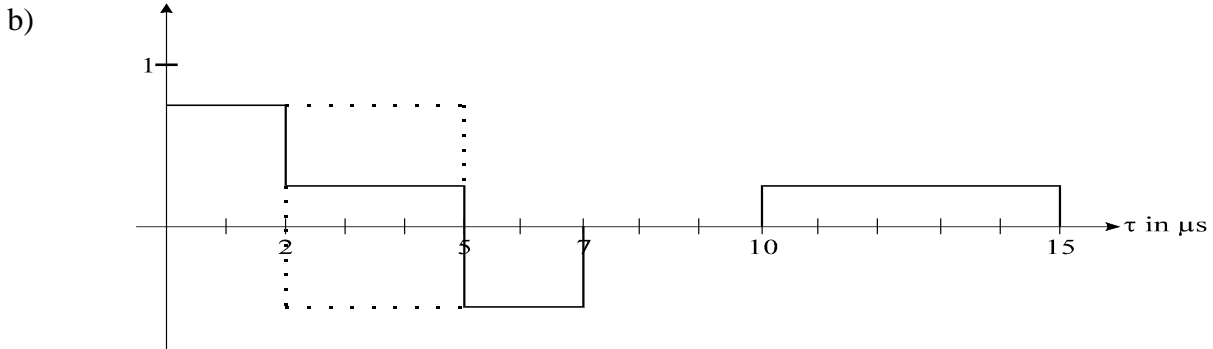
$$f_v(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(u-M)^2}{2\sigma^2}} \cdot \frac{1}{K \cdot e^{K \cdot u}} \Big|_{u=\frac{1}{K} \cdot \ln v} = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot K \cdot v} \cdot e^{-\frac{\left(\frac{1}{K} \ln v - M\right)^2}{2\sigma^2}}$$

Mit $K = \ln(10)/20$ folgt daraus des Ergebnis (1.80).

$$b) \quad m_v = \int_{-\infty}^{+\infty} v \cdot f_v(v) dv = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \cdot \sigma \cdot K} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{\left(\frac{1}{K} \ln v - M\right)^2}{2\sigma^2}} dv$$

Lösung V5:

a) Nach (1.82) gilt: $h(\tau) = \frac{3}{4}\delta(\tau) - \frac{1}{2}\delta(\tau - 2\mu\text{s}) + \frac{1}{4}\delta(\tau - 10\mu\text{s})$.



c) Das Ausgangssignal (d.h. Antwort des Kanals auf eine reelle Rechteckfunktion am Eingang) ist komplex. Dieses Signal läßt sich analog zu b) konstruieren.

d) Nach (1.83) gilt: $H(f) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot e^{-j2\pi f \cdot 2\mu\text{s}} + \frac{1}{4} \cdot e^{-j2\pi f \cdot 10\mu\text{s}}$.

e) $H(0) = \frac{3}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$ (rein reell). Die Frequenzperiode beträgt $1/2\mu\text{s} = 500\text{kHz}$.

f) Mit $A = 2\pi f \cdot 2\mu\text{s}$ und $B = 2\pi f \cdot 10\mu\text{s}$ erhält man:

$$\begin{aligned} |H(f)|^2 &= H(f) \cdot H^*(f) = \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot e^{-jA} + \frac{1}{4} \cdot e^{-jB} \right) \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2} \cdot e^{jA} + \frac{1}{4} \cdot e^{jB} \right) \\ &= \frac{9}{16} - \frac{3}{8} \cdot e^{jA} + \frac{3}{16} \cdot e^{jB} - \frac{3}{8} \cdot e^{-jA} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \cdot e^{j(B-A)} + \frac{3}{16} \cdot e^{-jB} - \frac{1}{8} \cdot e^{j(A-B)} + \frac{1}{16} \\ &= \frac{7}{8} - \frac{3}{8} (e^{jA} + e^{-jA}) + \frac{3}{16} (e^{jB} + e^{-jB}) - \frac{1}{8} (e^{j(B-A)} + e^{-j(B-A)}) \end{aligned}$$

Daraus ergibt sich mit der Eulerschen Formel:

$$|H(f)| = \sqrt{\frac{7}{8} - \frac{3}{4} \cos(2\pi f \cdot 2\mu\text{s}) - \frac{1}{4} \cos(2\pi f \cdot 8\mu\text{s}) + \frac{3}{8} \cos(2\pi f \cdot 10\mu\text{s})}$$

g) Alle Zeitfunktionen sind ebenfalls um $5\mu\text{s}$ verschoben. Der Frequenzgang weist eine zusätzliche Phasendrehung $e^{-j2\pi f \cdot 5\mu\text{s}}$ auf. Der Betrag wird hiervon nicht verändert.

5 Ergebnisse der Versuchsdurchführung

Ergebnisse D1:

- Real- und Imaginärteil sind völlig voneinander unabhängig. Sie besitzen jedoch gleiche statistische Eigenschaften, z.B. jeweils eine Gaußsche WDF mit Mittelwert 0 und Streuung 0.5.
- Der Betrag ist rayleighverteilt gemäß Gl. (1.43). Das Zeitsignal in logarithmischer Darstellung zeigt die typischen Fadingeinbrüche. Der lineare Mittelwert und die Streuung ergeben sich mit (1.44) und (1.46) zu

$$m_{|z|} = \sigma \cdot \sqrt{\frac{\pi}{2}} = 0.627 \quad , \quad \sigma_{|z|} = \sigma \cdot \sqrt{2 - \frac{\pi}{2}} = 0.328.$$

Die Simulation liefert diese Werte mit guter Näherung.

- Das Betragsquadrat ist exponentialverteilt. Für Mittelwert und Streuung einer nach (1.47) exponentialverteilten Zufallsgröße gilt:

$$m_{|z|^2} = \sigma_{|z|^2} = 2 \cdot \sigma^2 = 0.5.$$

- Die Phase ist gleichverteilt zwischen $-\pi$ und $+\pi$. Die Endpunkte des komplexen Zeigers zeigen keine Vorzugsrichtung und springen beliebig hin und her.

Ergebnisse D2:

- Gemäß (1.60) gilt:

$$f_{D,\max} = \frac{f_T \cdot v}{c} = \frac{900 \text{ MHz} \cdot 60 \text{ km/h}}{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}} = 50 \text{ Hz} .$$

- Es bestehen bei allen Signalen statistische Bindungen zwischen den einzelnen Abtastwerten. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (WDF) werden durch Berücksichtigung der statistischen Bindungen (digitale Filter) nicht verändert. Dadurch bleiben auch die Werte der Wahrscheinlichkeitsdichteparameter (Mittelwert, Streuung) erhalten.
- Beim Parametersatz 2 sind die Signaländerungen deutlich langsamer als bei Parametersatz 1. Je kleiner die maximale Dopplerfrequenz, desto langsamer passieren die Änderungen. Der Parametersatz 1 (ohne Filter) entspricht einem unendlich großen $f_{D,\max}$.
- Parametersatz 1:

Hier ist die AKF von Realteil, Imaginärteil und Phase nur an der Stelle 0 von Null verschieden. An der Stelle 0 gibt die AKF stets die Leistung des betrachteten Prozesses an. Die AKF des Prozesses $z(t)$ ist doppelt so groß wie der von $x(t)$ bzw. $y(t)$. Da der Signalbetrag nicht mittelwertfrei ist, sondern vielmehr den in D1(b) ermittelten Mittelwert aufweist, ist dieser auch in der AKF erkennbar (quadratisch).

Parametersatz 2:

Die Autokorrelationsfunktionen von Real- und Imaginärteil haben den in (1.54) angegebenen Verlauf, wobei die Nullstellen durch die Besselfunktion bestimmt werden. Die AKF des Prozesses $z(t)$ ist wieder doppelt so groß wie der von $x(t)$ bzw. $y(t)$. Die AKF des Betrags weist auch bei diesem Parametersatz einen Gleichanteil auf.

Für diesen AKF-Verlauf wird in [5] die folgende Näherung angegeben:

$$\varphi_z(\Delta t) = \frac{\pi}{2} \cdot \varphi_x(0) \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\varphi_x(\Delta t)}{\varphi_x(0)} \right)^2 \right].$$

- e) Parametersatz 1: Alle Leistungsdichtespektren sind im betrachteten Frequenzbereich konstant. Beim LDS des Betrags $|z(t)|$ tritt aufgrund des Gleichanteils eine zusätzliche Diracfunktion an der Stelle $f = 0$ auf.

Parametersatz 2: Beim LDS von $x(t)$, $y(t)$ und $z(t)$ ist die durch (1.60) beschriebene "Badewannenkurve" feststellbar, wobei für $z(t)$ doppelt so große Werte auftreten wie für $x(t)$ bzw. $y(t)$. Das Maximum des LDS tritt hier in der Nähe (knapp unterhalb) der positiven bzw. negativen Dopplerfrequenz auf. Auch im LDS der Phase ist diese "Badewannenkurve" zu erahnen.

Dagegen ist das LDS des Betrags ein Tiefpaßspektrum mit dem Maximum bei $f_D = 0$. Der Diracanteil bleibt gegenüber Parametersatz 1 unverändert. Diese Eigenschaften sind auch aus der zugehörigen AKF ersichtlich.

Ergebnisse D3:

- a) Die „mittlere Leistung“ des Prozesses $z(t)$ ist durch die AKF gemäß (1.54) an der Stelle $\Delta t = 0$ bestimmt. Daraus folgt:

$$\varphi_z(\Delta t = 0) = 2 \cdot \sigma^2 \cdot J_0(0) = 2 \cdot \sigma^2.$$

Für $\sigma = 0.707$ ergibt sich hierfür der Wert 1.

- b) Beim Parametersatz 1 ist der mittlere Abstand zwischen zwei Fadingeinbrüchen deutlich größer als beim Parametersatz 2. Definiert man die Dauer eines Fades an der 0 dB-Linie (entweder als Abstand zweier Durchgänge beim Anstieg oder als Abstand zweier Durchgänge beim Abfall), so beträgt der mittlere Abstand zwischen zwei Einbrüchen etwa $1/50 \text{ Hz} = 20 \text{ ms}$ bzw. $1/400 \text{ Hz} = 2.5 \text{ ms}$. (Diese Werte lassen sich aber aus der Zeitbereichsdarstellung nur dann genau ablesen, wenn man das Ergebnis bereits weiß).
- c) Beide Parametersätze liefern genau die gleiche WDF. Deshalb sind auch die gesuchten Wahrscheinlichkeiten für beide Parametersätze gleich. Aus der Zeitsignaldarstellung im logarithmischen Maßstab erkennt man (leichter am Parametersatz 1), daß 0 dB in ca. 70% unterschritten wird und -10 dB in etwa 12% des gesamten Zeitbereichs. Auch hierfür gilt die Anmerkung zu Punkt b).
- d) Die WDF des Betragsquadrats ist durch (1.47) gegeben. Die Wahrscheinlichkeit, daß $|z(t)|^2 < 1$ ist (entsprechend 0 dB), beträgt:

$$p_{0\text{dB}} = \int_0^1 f_{|z|^2}(|z|^2) d|z|^2 = 1 - e^{-1} \approx 63,2\%.$$

Dagegen entspricht -10dB für das Betragsquadrat $|z(t)|^2 < 0.1$. Nun ist als obere Integralgrenze 0.1 einzusetzen, und man erhält: $p_{-10\text{dB}} \approx 9,5\%$. Beide errechneten Werte stimmen innerhalb der Simulationsgenauigkeit gut mit den Ergebnissen aus c) überein.

Ergebnisse D4:

- a) Es gilt $m_x = -0.707$ und $m_y = 0.707$. Bei Real- und Imaginärteil tritt nun ein zusätzlicher (negativer bzw. positiver) konstanter Anteil auf. Der Betrag $|z(t)|$ ist somit bei Rice-Fading deutlich größer als beim vergleichbaren Rayleigh-Fading. Wie aus dem Mittelwert für $|z(t)|^2$ (der im Fenster WDF angezeigt werden kann) hervorgeht, wird die mittlere Signalleistung durch die Gleichkomponente von 0.5 auf 1.5 angehoben.
Während bei Rayleigh-Fading das Betragsquadrat exponentialverteilt ist, ergibt sich bei Rice-Fading der WDF-Verlauf nach (1.66). Der Maximalwert der WDF tritt hier bei einem von 0 verschiedenen Wert auf und die Phase ist nicht mehr gleichverteilt.
- b) Für $x(t)$, $y(t)$ und $z(t)$ unterscheiden sich die AKF lediglich um das Quadrat der Gleichkomponente. Die kontinuierlichen LDS sind innerhalb der Simulationsgenauigkeit identisch; bei Rice treten zusätzlich Diracfunktionen auf.
- c) Die Abfolge der einzelnen Werte ist bis auf eine Verschiebung um die Gleichkomponente identisch. Dies ist verständlich, da für beide Parametersätze die gleichen statistischen Parameter (Streuung 0.5, Dopplerfrequenz 100 Hz) gewählt wurden.

Ergebnisse D5:

- a) Bei idealem Kanal kann das Ausgangssignal nur die reellen Werte +1 und -1 annehmen. Auch in der komplexen Ebene ist der Übergang zwischen diesen beiden möglichen Werten zu erkennen. Die WDF des Betrags ist zweipunktverteilt, die AKF dreieckförmig, das LDS verläuft entsprechend einer si^2 -Funktion.
- b) Das Rechtecksignal schwankt nun um die beiden Werte +1 und -1. In der komplexen Ebene ergeben sich Punktwolken um diese beiden Punkte. In der WDF überlagern sich den Diracfunktionen kontinuierliche Verteilungen. Ist wie hier die Streuung relativ klein, so sind die überlagerten kontinuierlichen Dichtefunktionen näherungsweise gaußverteilt.
- c) In der komplexen Ebene liegen nun die beiden Mittelpunkte der Gaußdichten gegenüber dem Koordinatensystem um 45° verdreht. Betrachtet man Real- und Imaginärteil, so ändern sich die Ausgangssignale und deren Kenngrößen. Dagegen sind z.B. WDF (und auch AKF und LDS) des Betrags für beide Parametersätze gleich.
- d) Beim Rayleigh-Fadingkanal ist die Zuordnung der Ausgangssignale zu den beiden möglichen Eingangswerten +1 und -1 deutlich schwieriger als bei Rice-Fading. Dies erkennt man auch an der WDF des Betrags, bei der die zu +1 bzw. -1 gehörigen Anteile nur schwer in zwei Klassen einzuteilen sind.

Ergebnisse D6:

- a) Ist die Streuung des Lognormal-Fadings gleich 0 dB, so ist der zusätzliche Faktor $L(t)$ eine Konstante. Aus dem Mittelwert -6 dB folgt $L(t) = 0.5$. Beim normierten Rayleigh-Fading des Lognormal-Kanals wird im Programm $\sigma = 0.707$ verwendet. Setzt man in Parametersatz 2 die Streuung $\sigma = 0.707/2 = 0.354$, so sind beide Parametersätze gleich.
- b) Durch die Gaußverteilung des Pegels kommen teilweise größere und teilweise kleinere Amplituden vor, so daß extrem kleine Werte und extrem große Werte häufiger auftreten als beim Rayleigh-Fading. Mittlere Werte sind dagegen seltener.

Ergebnisse D7:

- a) $\Delta\tau_1 = 0, \Delta\tau_2 = 2\mu\text{s}, \Delta\tau_3 = 8\mu\text{s}, z_1 = \frac{3}{4}, z_2 = -\frac{1}{2}, z_3 = \frac{1}{4}$.
- b) Die Frequenzperiode beträgt 500 kHz. Dieser Wert wird durch die kleinste inkrementelle Verzögerungszeit ($2\mu\text{s}$) bestimmt.
- c) Die Frequenzperiode beträgt nun 1 MHz, da für den größten gemeinsamen Teiler von $2\mu\text{s}$ und $7\mu\text{s}$ gilt: $1\mu\text{s}$.
- d) Bei 250 kHz ist der Imaginärteil für alle Werte von z_3 gleich Null. Somit gilt für den Betrag: $|H(250\text{ kHz})| = z_1 + z_2 \cdot \cos(\pi) + z_3 \cdot \cos(5\pi) = z_1 - z_2 - z_3$.
Mit $z_1 = 3/4$ und $z_2 = -1/2$ folgt: $z_3 = z_1 - z_2 = 1.25$.
- e) Die Impulsantwort ist nun rein imaginär; der Betrag ändert sich nicht. Dagegen wird der Phasengang um $\pi/2$ verschoben.
- f) In diesem Fall ändert sich natürlich auch der Betrag.

Ergebnisse D8:

- a) Der Betrag des Frequenzgangs bleibt unverändert 1, jedoch zusätzlicher Phasengang.
- b) Die gegenüber a) zusätzliche Dämpfung um den Faktor 0.5 ist auch im Betrag des Frequenzgangs zu erkennen. Die Phase bleibt konstant.
- c) Es ergibt sich nun ein cosinusähnlicher (aber kein exakt cosinusförmiger) Betrag. Die Phase schwankt zwischen $+0.52$ und -0.52 .
- d) Gegenüber Punkt c) wird der Betrag nicht verändert, es tritt jedoch zusätzlich zu der um Null schwankenden Phase ein linear abfallender Phasenanteil auf.
- e) Ähnlicher, aber nicht der exakt gleiche Verlauf von Betrag und Phase wie bei c). Insbesondere bleibt die Periodendauer erhalten. D.h.: der Koeffizient $z_3 = 1/4$ hat hinsichtlich des Frequenzgangs nur relativ wenig Einfluß.
- f) Das Rechtecksignal ist bei einem Kanal nach a) um $2\mu\text{s}$ verzögert, bei einem Kanal nach b) zusätzlich um 6 dB gedämpft. In beiden Fällen gibt es keine Impulsinterferenzen.

Dagegen führen die Impulsantworten gemäß c), d) und e) zu Impulsinterferenzen, d.h. die Signale sind hier aufgrund der verzögerten Echos nicht mehr rechteckförmig. Die Rechteckantworten bei c) und d) sind bis auf eine Verzögerung um $1\mu\text{s}$ identisch. Im Fall e) sind die Impulsinterferenzen noch stärker.

Ergebnisse D9:

- a) Die Diracfunktionen sind immer an der gleichen Stelle, jedoch zeitvariant. Die Leistung der ersten Diracfunktionen bei $2\mu\text{s}$ ist am größten. Das Signal von Parametersatz 1 verändert sich aufgrund der niedrigeren Dopplerfrequenz wesentlich langsamer als das von Parametersatz 2 (vgl. Rayleigh-Fading D3).
- b) Die ersten drei Diracfunktionen sind nicht immer unterscheidbar, die Werte sind trotzdem voneinander unabhängig.
- c) Auch am Frequenzgang kann man feststellen, daß bei Parametersatz 1 die Veränderungen wesentlich langsamer erfolgen.